

DEL IV.

TEORETISKA UNDERSÖKNINGAR BETRÄFFANDE SPÅRTRANSFORMATORER OCH DERAS VERKAN

AV PROFESSOR H. PLEIJEL.

Induktionen i svagströmsledningarna från en enfasväxelströmsbana avtar långsamt med avståndet från banan, emedan endast en del av strömmen i kontaktledningen går tillbaka genom skenorna, under det att resten lämnar skensystemet och går ut i jorden på långt avstånd från banan. Kontaktledningsströmmen kommer sålunda endast delvis att bli kompenserad av strömmen i skenledningen.

I en föregående uppsats i denna berättelse (Teoretiska undersökningar rörande svagströmsstörningar vid enfasväxelströmsbanor av Prof. H. Pleijel) har visats, att man lämpligen kan uppdelat strömmen i skenledningen i tvenne delar, den ena konstant och lika med en koefficient k gånger kontaktledningsströmmen, och den andra avtagande exponentiellt från de punkter, där ström tillföres skenledningen, enligt lagarna för en homogen ledning.

Den första strömmen, som för korthetens skull kallats den inducerade strömmen, har ingen inverkan på spänningsfallet i skenledningen. Det spänningsfall, denna ström åstadkommer, upphäves av inducerade emk från kontaktledningsströmmen. Den andra strömmen återigen, som kallats läckströmmen, har å sin sida ingen inverkan på induktionen, om skenledningen icke är sektionerad; däremot bestämmer den spänningen i skenledningen.

Är skenledningen isolerad utanför en av de punkter, där strömmen ledes till eller från kontaktledningen, kommer läckströmmen, som nu endast kan gå i ena riktningen, att minska induktionen i parallellgående svagströmsledningarna, och ju kortare avståndet mellan sektioneringspunkterna hos skenledningen är, desto större betydelse får denna minskning i induktionen.

För skenledningen införa vi i det följande beteckningarna:

r : motståndet per km. skenledning.

l : induktans per km. skenledning.

m : ömsesidig induktans per km. mellan kontaktledning och skenledning.

a : läckningskoefficient per km. skenledning.

l och m beräknas på sätt, som närmare angivits i förut omnämnda uppsats.

Är ω vinkelfrekvensen för växelströmmen, erhöllo vi koefficienten k enligt formeln:

$$k = \frac{j\omega m}{r + j\omega l}$$

Vidare införa vi beteckningarne:

β' : dämpningsexponent för skenledningen

α' : våglängdskonstant för skenledningen

$\gamma' = \beta' + j\alpha'$: komplex dämpningsexponent

z' : karaktäristik för skenledningen

λ' : våglängden.

Dessa storheter erhållas ur formlerna:

$$\beta' = \sqrt{\frac{a}{2}} \left\{ \sqrt{r^2 + \omega^2 l^2} \pm r \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\gamma' = \sqrt{a(r + j\omega l)}$$

$$z' = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{a}}$$

$$\lambda' = \frac{2\pi}{\alpha'}$$

Då intet annat angives, skola vi i det följande använda nedanstående värden på skenledningens konstanter:

$$\frac{\omega}{2\pi} = 15 \text{ perioder}$$

$$r = 0,06 \text{ ohm/km.}$$

$$\omega l = 0,29 \quad \gg$$

$$\omega m = 0,181 \quad \gg$$

$$a = 0,2 \text{ Siemens/km.}$$

Med dessa värden erhålles:

$$\beta' = 0,189$$

$$\alpha' = 0,154$$

$$\lambda' = 40,8 \text{ km.}$$

$$z' = 1,23 \text{ (39° 10')} \text{ ohm}$$

$$k = 0,612 \text{ (11° 42')}$$

$$l - k = 0,421 \text{ (-17° 8')}$$

Sektionering av skenledningen minskar såsom nämnts i viss mån den okompenserade strömmen i kontaktledningen, dock icke tillräckligt. För att ytterligare minska densamma har man tagit sin tillflykt till så kallade spårtransformatorer inlänkade på lika avstånd från varandra. Dessa transformatorer hava ett omsättningstal nära lika med 1, den primära lindningen är inlänkad i kontaktledningen och den sekundära i skenledningen. Den primära lindningen är försedd med en shunt så avpassad, att full kompensation erhålles vid en viss strömstyrka. För samma ändamål är transformatorns järnkärna försedd med ett litet luftgap.

I det följande skola vi undersöka, huru spänning och ström fördela sig i skenledningen, när anläggningen är utrustad med spårtransformatorer, samt huru transformatorns egenskaper inverka på induktionen i parallella svagströmsledningar.

I. DIAGRAM FÖR SPÄNNING OCH STRÖM HOS SPÅR-TRANSFORMATORN.

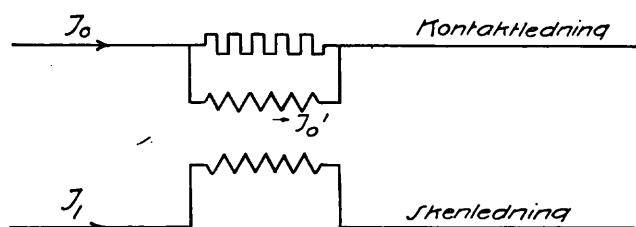


Fig. 1.

Anm. I denna uppsats räknas strömmarna i kontaktledning och skenledning positiva i samma riktning i motsats till vad som var fallet i föregående uppsats. För att jämföra formler har man endast att byta tecken för J_0 .

Beleekningar.

- E_0 : det primära spänningsfallet i transformatorn.
- E_1 : det sekundära spänningsfallet i transformatorn.
- e_0 : i primära lindningen inducerad emk.
- e_n : i sekundära lindningen inducerad emk hos den n:te transformatorn.
- Φ : det för primära och sekundära lindningen gemensamma fältet.
- i' : primära magnetiseringsströmmen hos transformatorn.
- i'_μ och i'_w : magnetiseringsströmmens komponenter utefter Φ och vinkelrätt mot Φ resp.
- i : primära magnetiseringsströmmen hos transformatorn och shuntens tillsammans.
- α' : förlustvinkeln hos transformatorn.
- α : förlustvinkel hos transformatorn tillsammans med shunt.
- n_0 : antalet primära varv.
- n_1 : antalet sekundära varv.
- J_0 : strömmen i kontaktledningen.

J'_0 : strömmen i transformatorns primära lindning.

J_n : strömmen i den n :te transformatorns sekundära lindning.

z_0 : impedansen hos primära lindningen.

z_1 : » » sekundära »

z : impedansen hos skenledningen per km.

$-yJ_0$: den i skenledningen från kontaktledningen inducerade emk per km.

s : avståndet mellan tvenne successiva spårtransformatorer.

Alla impedanser, strömstyrkor, spänningar etc., räknas såsom komplexa vektorer.

Då intet annat säges, gälla formlerna för den första spårtransformatorn.

För spårtransformatorn erhålles då följande diagram:

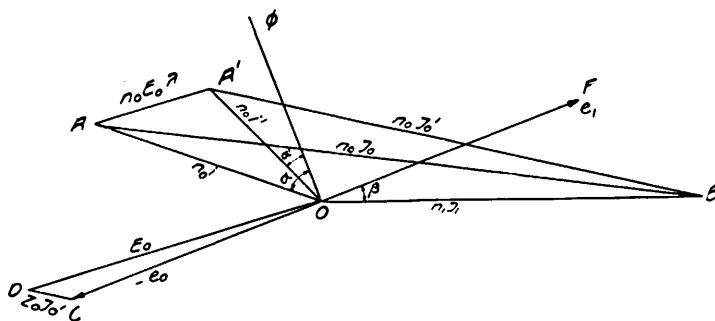


Fig. 2.

Är maximala induktionen i järnkärnan bekant, erhålles den primära magnetiseringsströmmens båda komponenter ur formelsystemet:

$$n_0 i_w' = \frac{f(B_{\max}) \cdot L}{15 \cdot 4,44 B_{\max}} \cdot 10^5 \quad \dots \quad (1)$$

$$n_0 i_\mu' = \frac{H_{\max} \cdot L + B_{\max} L'}{1,77} \quad \dots \quad (2)$$

$$f(B_{\max}) = 0,935 \frac{\nu}{100} \left(\frac{B_{\max}}{1000} \right)^{1,8} + 1,33 \left[A \cdot \frac{\nu}{100} \cdot f \cdot \frac{B_{\max}}{1000} \right]^2 \quad \dots \quad (3)$$

Här är:

L = medelkraftlinjevägen i järn (cm).

L' = » i luftgap (cm.).

t = blecktjocklek i mm.

f = formfaktor.

ν = periodtal per sek. (15).

Primära och sekundära inducerade spänningarnes effektivvärden erhållas ur formlerna:

$$\begin{pmatrix} e_0 = n_0 \cdot 4,44 \cdot 15 \cdot A \cdot B_{\max} \cdot 10^{-8} \text{ volt} \\ e_1 = n_1 \cdot 4,44 \cdot 15 \cdot A \cdot B_{\max} \cdot 10^{-8} \text{ volt} \end{pmatrix} \quad \dots \quad (4)$$

A är här järnkärnans effektiva sektionsarea i cm^2 .

II. SAMBANDET MELLAN STRÖMMARNE I KONTAKT- OCH SKENLEDNING SAMT MAGNETISERINGSSTRÖMMEN.

Ur diagrammet erhålles:

$$n_0 i' + n_0 E_0 \lambda = n_0 J_0 + n_1 J_1 \quad \dots \dots \dots (5)$$

eller

$$n_0 i' + n_0 \lambda [-e_0 + z_0 J'_0] = n_0 J_0 + n_1 J_1 \quad \dots \dots \dots (6)$$

men

$$n_0 i' = n_0 J'_0 + n_1 J_1$$

Insättes härur värdet på J'_0 i (6) och införes beteckningen:

$$u = 1 + z_0 \lambda$$

erhålles:

$$i' u + \lambda (-e_0) = J_0 + u \frac{n_1}{n_0} J_1$$

eller

$$i' u - \frac{n_0}{n_1} \lambda e_1 = J_0 + u \frac{n_1}{n_0} J_1 \quad \dots \dots \dots (7)$$

Här införa vi beteckningen:

$$\Delta = \lambda \frac{n_0}{n_1} - \frac{i'}{e_1} u \quad \dots \dots \dots (8)$$

och få då slutligen formeln:

$$-e_1 \Delta = J_0 + \frac{n_1}{n_0} u J_1 \quad \dots \dots \dots (9)$$

När transformatorn och Φ äro kända, äro likaledes i' och e_1 kända. Δ är då också bekant. Δ är oberoende av vilken ström eller spänning, som valts såsom nollfas. Såsom vi skola se, är Δ av fundamental betydelse för bedömandet av transformatorns sätt att verka.

III. SAMBANDET MELLAN STRÖMMARNE I KONTAKT- OCH SKENLEDNING SAMT I SEKUNDÄRA LINDNINGEN INDUCERAD SPÄNNING.

Beteckna vi för tillfället det numeriska värdet av förhållandet mellan Φ och $n_0 i'$ med h , ha vi vektorielt:

$$\Phi = h e^{-j\omega t} \cdot n_0 i'$$

Vidare ha vi relationen:

$$e_1 = -j\omega n_1 \Phi \cdot 10^{-8}$$

Elimineras Φ mellan dessa båda likheter och insättes värdet på i' ur (7) erhålles efter någon reduktion:

$$e_1 = -j\omega \frac{h e^{-j\omega t} \cdot 10^{-8}}{1 + j h e^{-j\omega t} \cdot \frac{n_0^2}{u} \lambda \cdot 10^{-8}} \cdot \left[\frac{n_0 n_1}{u} J_0 + n_1^2 J_1 \right]$$

Vi avkorta denna formel till:

$$e_1 = -j\omega M J_0 - j L_1 J_1 \quad \dots \dots \dots (10)$$

M och L_1 hava här samma formella betydelse som ömsesidig induktionskoefficient och sekundär induktionskoefficient hos en lufttransformator. Reellt förefinnes dock den olikheten, att M och L_1 båda äro komplexa och dessutom varierande med strömstyrkorna i lindningarne.

En motsvarande formel erhålles för den primära inducerade spänningen, och bildar denna formel grundvalen för en undersökning av spänningsfallet i kontaktledningen. En dylik undersökning uppskjutes till ett annat tillfälle.

Vi skola emellertid sätta M och L_1 på en annan form lämpligare för numerisk beräkning.

Vi ha

$$e_1 = -j n_1 \Phi \cdot 10^{-8}$$

$$\Phi = h e^{-j\omega t} n_0 i'$$

alltså:

$$e_1 = -j\omega n_0 n_1 h e^{-j\omega t} \cdot 10^{-8} \cdot i'$$

och

$$\frac{e_1}{i'} = -j\omega n_0 n_1 h \cdot e^{-j\omega t} \cdot 10^{-8}$$

Genom att eliminera h taget ur denna likhet i uttrycken för M och L_1 få vi:

$$\left\{ \begin{array}{l} -j\omega M = \frac{\frac{e_1}{i'}}{1 - \frac{e_1}{i'} \cdot \frac{\lambda n_0}{u n_1}} \\ -j\omega L_1 = \frac{n_1}{n_0} \cdot \frac{\frac{e_1}{i'}}{1 - \frac{e_1}{i'} \cdot \frac{\lambda n_0}{u n_1}} \end{array} \right\}$$

eller efter någon omformning:

$$\left\{ \begin{array}{l} j\omega M = \frac{1}{\Delta} \\ j\omega L_1 = u \frac{n_1}{n_0} \frac{1}{\Delta} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

Beräkningen av M och L_1 är sålunda återförd till beräkningen av Δ .

IV. UNDERSÖKNING AV STRÖM OCH SPÄNNING I SKENLEDNINGEN.

Vi beteckna i det följande en del av skenledningen, som begränsas av tvänne punkter, där ström föres till eller från skenledningen, för en sektion. (För att förebygga missförstånd må nämnas, att en dylik sektion i regel icke sammanfaller med en sektion av den sektionerade skenledningen). Vid ändan av sektionen kan skenledningen antingen vara isolerad eller fortsätta utom sektionen.

Vore spårtransformatorerna kontinuerligt fördelade utefter ledningen, skulle vi kunna direkt tillämpa de resultat, som erhöles i uppsatsen om »teoretiska undersökningar angående svagströmsstörningar vid enfasväxelsströmsbanor», och vilka resultat i korthet rekapitulerats i inledningen till denna uppsats. Till vad som förut nämnts i denna rekapitulation må endast tilläggas, att läckströmmen överallt blir noll, om k är lika med 1 . Sektionen bildar då tillsammans med kontaktledningen ett slutet ström-system med överallt samma ström J_0 . Spänningen i skenledningen skulle då överallt bli noll.

Spårtransformatorerna finna sig nu på lika avstånd från varandra och bilda med skenledningsstyckena en kedjeledning, bestående av ett antal lika element, vilka äro symmetriska med avseende på elementets mittpunkt. Såsom element kunna vi välja antingen ledningsstycket mellan tvänne transformatorer jämte en halv transformator vid vardera ändan eller ock en spårtransformator med en halv ledningssträcka på vardera sidan. I det följande tänka vi oss elementen vara av det första slaget.

Vi skola nedan se, att allt vad som gäller i avseende på spänning och ström hos en homogen skenledning är direkt tillämpligt på strömmar och spänning vid elementens ändpunkter, d. v. s. i mittpunkterna av transformatorernas sekundära lindningar.

Vi betrakta först det ledningselement, som bildas av ledningssträckan mellan den n :te och den $n+1$:sta spårtransformatorn jämte halva transformatorerna vid ändpunkterna.

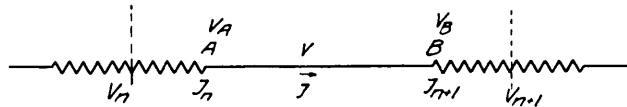


Fig. 3.

Spänningar och strömmar vid skenledningens ändpunkter beteckna vi med resp. V_A , V_B , J_n och J_{n+1} (se fig. 3). Spänning och ström i en godtycklig punkt på avståndet x från ändpunkten A beteckna vi med V och J resp.

Med förut angivna beteckningar ha vi då ekvationssystemet:

$$\begin{pmatrix} -\frac{dV}{dx} = zJ + yJ_0 \\ -\frac{dJ}{dx} = aV \end{pmatrix} \dots \dots \dots (12)$$

Införes:

$$\frac{y}{z} = k$$

och för tillfället:

$$J_s = J + kJ_0$$

få vi:

$$\begin{cases} -\frac{dV}{dx} = zJ_s \\ -\frac{dJ_s}{dx} = aV \end{cases}$$

Ekvationerna mellan V och J_s äro alltså desamma som för en ensam homogen ledning. Mellan strömmar och spänningar i punkterna A och B få vi därför relationerna:

$$\begin{pmatrix} V_A = I(J_n + kJ_0) - A(J_{n+1} + kJ_0) \\ V_B = A(J_n + kJ_0) - I(J_{n+1} + kJ_0) \end{pmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

Här är

$$\begin{aligned} I &= z' \operatorname{ctgh} \gamma' s \\ A &= \frac{z'}{\sinh \gamma' s} \\ I - A &= R \left(\frac{1}{2} \right) = z' \operatorname{tgh} \frac{\gamma' s}{2} \end{aligned}$$

(Se »Försöken med elektrisk järnvägsdrift, utförda å Statens järnvägar åren 1905—1907; bilaga nr 16).

Nu är å andra sidan V_A och V_B bestämda av spänningen i transformatorernas mittpunkter enligt relationerna:

$$\begin{pmatrix} V_A = \frac{1}{2} e_n - \frac{1}{2} z_1 J_n + V_n \\ V_B = -\frac{1}{2} e_{n+1} + \frac{1}{2} z_1 J_{n+1} + V_{n+1} \end{pmatrix}$$

Elimineras V_A och V_B mellan de båda ekvationssystemen erhålles:

$$\begin{pmatrix} V_n = -\frac{1}{2} e_n + z_1 J_n + I(J_n + kJ_0) - A(J_{n+1} + kJ_0) \\ V_{n+1} = \frac{1}{2} e_{n+1} - \frac{1}{2} z_1 J_{n+1} + A(J_n + kJ_0) - I(J_{n+1} + kJ_0) \end{pmatrix}$$

Här införa vi (se 10):

$$\begin{pmatrix} e_n = -j\omega M J_0 - j\omega L_1 J_n \\ e_{n+1} = -j\omega M J_0 - j\omega L_1 J_{n+1} \end{pmatrix}$$

Sedan termerna omordnats erhålles:

$$\begin{pmatrix} V_n = \left[\frac{1}{2} (z_1 + j\omega L_1) + I \right] J_n - A J_{n+1} + \left[k(I - A) + \frac{1}{2} j\omega M \right] J_0 \\ V_{n+1} = A J_n - \left[\frac{1}{2} (z_1 + j\omega L_1) + I \right] J_{n+1} - \left[k(I - A) + \frac{1}{2} j\omega M \right] J_0 \end{pmatrix}$$

Införes här:

$$K = \frac{k(I-A) + \frac{1}{2}j\omega M}{I-A + \frac{1}{2}(z_1 + j\omega L_1)}$$

kunna vi skriva:

$$\begin{cases} V_n = \left[\frac{1}{2}(z_1 + j\omega L_1) + I \right] [J_n + KJ_0] - A [J_{n+1} + KJ_0] \\ V_{n+1} = A [J_n + KJ_0] - \left[\frac{1}{2}(z_1 + j\omega L_1) + I \right] [J_{n+1} + KJ_0] \end{cases}$$

Sättes här:

$$\begin{cases} J_n + KJ_0 = J'_n \\ J_{n+1} + KJ_0 = J'_{n+1} \end{cases}$$

få vi mellan V_n , V_{n+1} , J'_n och J'_{n+1} samma ekvationer, som för skenledningen betraktad för sig förenad vid ändpunkterna med impedanserna $\frac{1}{2}(z_1 + j\omega L_1)$.

Vi ha sålunda uppdelat strömmen i transformatorernas sekundära lindningar i tvenne delar, den ena konstant överallt och lika med $-KJ_0$ och den andra delen J'_n , avtagande på samma sätt från ändpunkterna som hos en med pupinspolär belastad homogen ledning. Belastningsspolarnas impedans är här $z_1 + j\omega L_1$.

I analogi med vad vi funnit vid en skenledning utan transformatorer kalla vi strömmen $-KJ_0$ för den inducerade strömmen och J'_n för läckströmmen i transformatorlindningen. Dämpningsexponent, våglängdskonstant och karaktäristik för läckströmmen bestämmes ur skenledningens konstanter och ur värdet på $z_1 + j\omega L_1$ på samma sätt som vid en pupiniserad ledning. Är $R\left(\frac{1}{2}\right)$ och $I\left(\frac{1}{2}\right)$ resp. kortslutnings- och isolationsmotstånd för halva skensträcken AB , få vi motsvarande värden $R'\left(\frac{1}{2}\right)$ och $I'\left(\frac{1}{2}\right)$ för samma längd av den med kedjeledningen ekvivalenta ledningen enligt formlerna:

$$\begin{cases} R'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(z_1 + j\omega L_1) + R\left(\frac{1}{2}\right) \\ I'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(z_1 + j\omega L_1) + I\left(\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

Ur kortslutnings- och isolationsmotståndet beräknas sedan β , α och z för den ekvivalenta ledningen enligt kända formler (Se t. ex. Teoretisk telefoni, del II, sid. 104 av H. Pleijel).

Som skenledningen är utan kapacitet, kommer dämpningen och karaktäristiken att bli betydligt större än för skenledningen ensam. Läckströmmen i transformatorn kommer därför att relativt fort dämpas ned till noll.

I uttrycket för K kunna vi ersätta $I-A$ med $R \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Vidare införa vi beteckningen:

$$p = \frac{2R \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}{zs} \dots \dots \dots (14)$$

För beräkning av p få vi då formeln:

$$p = \frac{2}{\gamma's} \cdot \tanh \frac{\gamma's}{2}$$

För små värden på s övergår p i 1.

K kan nu skrivas under formen:

$$K = \frac{pys + j\omega M}{pzs + z_1 + j\omega L_1} \dots \dots \dots (15)$$

och

$$1 - K = \frac{p(z-y)s + z_1 + j\omega(L_1 - M)}{pzs + z_1 + j\omega L_1} \dots \dots \dots (16)$$

Införa vi i stället för M och L_1 uttrycken enligt formel (11), kunna vi skriva:

$$K = \frac{pys \Delta + 1}{(pzs + s_1) \Delta + \frac{n_1}{n_0} u} \dots \dots \dots (17)$$

$$1 - K = \frac{\left[p(z-y)s + z_1 \right] \Delta + u \frac{n_1}{n_0} - 1}{(pzs + z_1) \Delta + \frac{n_1}{n_0} u}$$

Transformatorerna hava nu lika eller nära lika antal varv i primära och sekundära lindningen, varför M och L_1 äro nära nog lika stora. Så länge induktionen i järnkärnan icke är allt för hög, äro termerna ωM och ωL_1 stora i förhållande till övriga termer i K . K är därför nära lika med 1, och således den inducerade strömmen i skenledningen nära nog lika med kontaktledningsströmmen men riktad åt motsatt håll. Den återstående läckströmmen blir därför relativt liten.

Vi hava hittills endast betraktat strömmarna i sekundära lindningarna. Strömmen mellan transformatorerna kan delas upp i en konstant ström $-kJ_0$ och en ström, som ändras enligt lagarna för den homogena skenledningen. Den sista strömmen dela vi nu upp i tvänne delar, av vilka den ena vid A och B har värdena J'_n och J'_{n+1} respektive. Denna ström, som vi beteckna med J' , är alltså intet annat än fortsättningen på läckströmmen i transformatorlindningen. Vi beteckna denna ström (J'_n i transformatorerna och J' i skenan) såsom skenledningens läckström. Dämpningen hos strömmen mellan transformatorerna är mindre än dämpningen hos transformatorströmmen. Den totala läckströmmen i skenledningen

kommer därför att hava ett utseende som är i överensstämmelse med den brutna linjen i fig. 4.

Den återstående delen av den variabla strömmen i skenan måste tillsammans med $-kJ_0$ vid A och B vara lika med den återstående delen av strömmen i transformatorn, alltså lika med $-KJ_0$. Den variabla delen blir alltså vid A och B lika med $-KJ_0 + kJ_0$, alltså lika i dessa båda punkter. Den variabla strömmen, som här avses, måste därför vara sym-

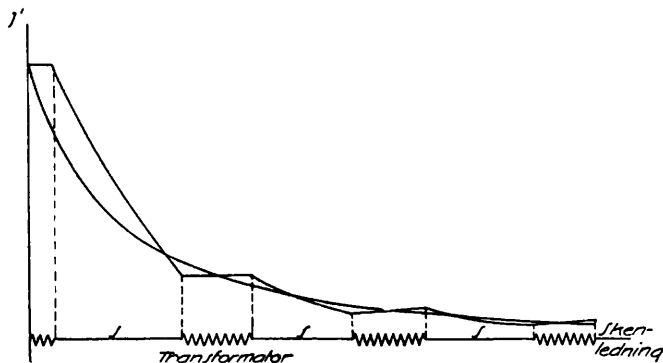


Fig. 4.

metrisk med avseende på mittpunkten av stycket AB och har sitt lägsta värde i denna punkt.

Vi beteckna nu denna variabla ström tillsammans med $-kJ_0$ såsom inducerade strömmen mellan transformatorerna, och denna ström fortsättes i transformatorn av strömmen $-KJ_0$. Denna inducerade ström får det utseende som fig. 5 visar:

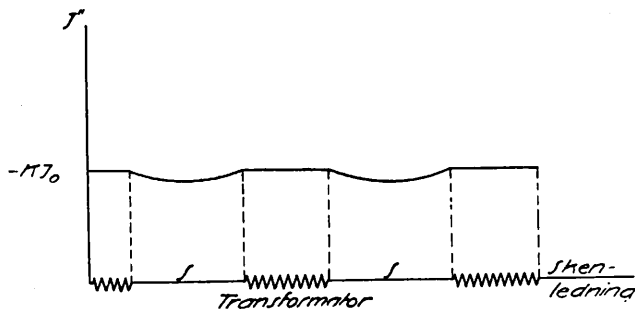


Fig. 5.

Det lägsta värdet av denna ström får storleken:

$$\left[-K + k(1 - \cosh \frac{\gamma' s}{2}) \right] \frac{J_0}{\cosh \frac{\gamma' s}{2}}$$

Den inducerade strömmen är bekant så fort J_0 och transformatorns egenskaper äro bekanta, även om skenledningen icke består av ett helt antal element. I transformatorn är nämligen inducerade strömmen $-KJ_0$ och mellan transformatorerna lika med den variabla ström, som vid trans-

formatorerna övergår i $-KJ_0 + kJ_0$ tillsammans med den konstanta strömmen $-kJ_0$.

Vid ändpunkten av en sektion kunna vi antaga, att totala strömmen i skenledningen är bekant; är skenan där isolerad blir totala skenströmmen lika med J_0 , och om däremot skenan fortsätter utanför sektionens ändpunkt kunna vi antaga, att läckströmmen delar sig i lika hälften åt båda hållen. Beteckna vi den inducerade strömmen med J'' , få vi alltså där enligt Kirchhoffs lagar:

$$-J_0 = J' + J' + J''$$

eller

$$J' = -\frac{J_0 + J''}{2}$$

Läckströmmen är därför bekant vid sektionens båda ändpunkter och således även bestämd överallt. Den är lika med den ström som erhålles hos skenledningen betraktad såsom en pupiniserad ledning under villkor att den övergår i J' vid sektionens ändpunkter.

På samma sätt som med strömstyrkan uppdelar vi spänningen i tvenne delar, den ena V' lika med den, som skulle erhållas i skenledningen, då man ej tar hänsyn till induktion från kontaktledningen och räknar transformatorerna såsom impedanser av storleken $z_1 + j\omega L_1$. Vid mitten av transformatorerna skall denna spänning övergå i de resp. V_n , som bestämmas ur den ekvivalenta ledningen. Som spänningarna V_n avtaga ganska fort, kan man först bestämma t. ex. V_1 ur J_1' genom relationen

$$V_1 = Z \cdot J_1'$$

och sedan de övriga V_n ur formeln för dämpningen:

$$V_2 = V_1 \cdot e^{-\gamma s} \text{ etc.}$$

Z är karaktäristiken för skenledningen belastad med transformatorer och γ denna lednings dämpningsexponent.

Vi hava funnit att, enär K ligger nära 1, läckströmmarna bliva små; härav följer emellertid ej, att spänningarna V_n bliva små, ty karaktäristiken z har stort värde beroende på transformatorernas därvaro. Tvärtom skola vi se, att spänningarna i de närmast ändpunkten av en sektion befintliga transformatorernas mittpunkter kunna bliva ganska höga. Mellan transformatorerna sjunker läckspänningen efter nära nog en rät linje.

Den återstående delen av spänningen beteckna vi med V'' och kalla den analogt för den inducerade spänningen. I mittpunkterna av transformatorernas sekundära lindningar måste nu V'' vara noll eftersom läckspänningen där var lika med totala spänningen.

Verkliga spänningen vid den n :te transformatorns ändpunkt A (se fig. 6) är nu:

$$V_n + \frac{1}{2} e_n - \frac{z_1}{2} J_n$$

eller

$$V_n - \frac{1}{2} j\omega L_1 J_n - \frac{1}{2} j\omega M J_0 - \frac{z_1}{2} J_n =$$

$$\begin{aligned}
&= V_n - \frac{1}{2} (z_1 + j\omega L_1) J_n - \frac{1}{2} j\omega M J_0 = \\
&= V_n - \frac{1}{2} (z_1 + j\omega L_1) (J_n' - K J_0) - \frac{1}{2} j\omega M J_0 = \\
&= V' + \frac{1}{2} (z_1 + j\omega L_1) K J_0 - \frac{1}{2} j\omega M J_0 = \\
&= V' + \frac{1}{2} e_n'' - \frac{z_1 J''}{2},
\end{aligned}$$

där:

$$e_n'' = -j\omega L_1 J'' - j\omega M J_0$$

V' är läckspänningen i A och $J'' = -K J_0$ inducerade strömmen i transformatorlindningen. Men totala spänningen i A är sammansatt av »läckspänning» och »inducerad spänning». Den inducerade spänningen i punkten A blir därför

$$\frac{1}{2} e'' - \frac{z_1}{2} J''$$

Index å e'' är utelämnad, emedan e'' blir praktiskt taget lika för alla transformatorerna.

Spänningen V'' vid transformatorns ändpunkt blir alltså den, som erhålles genom induktion, när den sekundära strömmen är lika med $-K J_0$.

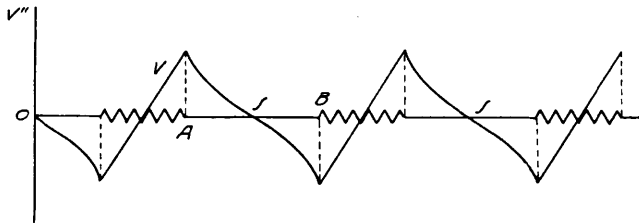


Fig. 6.

Spänningen e'' är icke annat än den inducerade spänningen e_1 i transformatorlindningen, när sekundära strömmen är $-K J_0$. (Detta är dock ej fullt riktigt, emedan M och L_1 egentligen svara mot den totala strömmen i transformatorns sekundära lindning; emellertid ha vi sett, att läckströmmen blir obetydlig vid låg induktion, och vid hög induktion åstadkommer en liten ändring i strömstyrkan en obetydlig ändring i induktionen och således även i e'' . Vi kunna därför vid räkning med transformatorn använda $-K J_0$ såsom sekundärström).

Spänningen V'' är nu noll i transformatorernas mittpunkter och stiger rätlinigt inuti transformatorn. I punkten A har V'' samma värde som den har i punkten B men av motsatt tecken. Mellan transformatorerna följer V'' samma lagar som för en homogen skenledning. Som spänningen enligt ovan blir lika men av motsatt tecken i A och B , kommer spänningen mitt emellan A och B att bli noll. Den inducerade spänningen förlöper så som vidstående figur 6 visar.

Består den sektion vi betrakta av ett helt antal element, blir strömmen

vid ändpunkterna $-J_0$, om skenledningen är isolerad. Som den inducerade strömmen är $-KJ_0$ blir läckströmmen alltså:

$$-J_0(1-K).$$

Denna ström minskar i viss mån induktionen från systemet på svagströmsledningarna.

Är sektionen icke isolerad utan fortsätter skenledningen obruten utanför densamma, och är skenledningen vid sektionens ändpunkt av samma beskaffenhet åt båda sidor inom närmaste avstånd, delar sig läckströmmarna lika åt båda hållen. Enligt Kirchhoffs lagar får man då:

$$-J_0 = 2J' - KJ_0$$

eller

$$J' = -\frac{1}{2}J_0(1-K)$$

I detta fall inverkar läckströmmen ej på induktionen.

I båda fallen ser man, att läckströmmarna försvinna om $K=1$. I detta fall bildar sektionen ett fullständigt slutet strömsystem.

När sektionen vid ändpunkterna har element, som ej äro fullständiga, är ovanstående slutsats ej fullt teoretiskt riktig. För praktiska förhållanden gälla emellertid dessa förhållanden oförändrade.

För att närmare belysa det föregående välja vi ett exempel. Vi antaga för skenledningen (15 perioder):

$$\begin{aligned} z &= 0,06 + j \cdot 0,28 \text{ ohm/km} \\ y &= j \cdot 0,181 \text{ »} \\ a &= 0,2 \text{ Siemens/km} \\ s &= 1,4 \text{ km} \end{aligned}$$

Vidare välja vi transformator 2 av de tre transformatorer, som beräknats i slutet av denna uppsats, och antaga för densamma följande värde på z_1 :

$$z_1 = 0,045 + j \cdot 0,0386$$

Slutligen antaga vi, att ingen shunt kommit till användning, varför sålunda transformatorn icke är kompenserad. Vi ha alltså $\lambda = 0$ och $u = 1$.

För beräkning av M och L_1 ha vi nu formlerna:

$$\begin{pmatrix} j\omega M = \frac{1}{\Delta} \\ j\omega L_1 = \frac{n_1}{n_0} \frac{1}{\Delta} \\ \Delta = -\frac{i'}{e_1} \end{pmatrix}$$

Vi få med antagande av $B_{\max} = 10000$

$$\omega M = 15,14 \text{ (7°17')}$$

$$\omega L_1 = 14,9 \text{ (7°17')}$$

$$\omega (L_1 - M) = -0,231 (-7^\circ 17')$$

$$1 - K = 0,0078 (-90^\circ + 25^\circ 52')$$

Den okompenserade strömmen blir alltså endast 0,78 % av strömmen i kontaktledningen, oaktat ingen shunt användes för åstadkommande av kompensation.

Storleken av den okompenserade strömmen beror på förhållandet $\frac{e_1}{I}$. Inducerade emk e_1 är bestämd av skenans impedans och strömstyrkan i densamma. För att erhålla så liten okompenserad ström som möjligt bör därför transformatorn väljas så, att magnetiseringsströmmen I' blir liten för förekommande strömstyrkor.

Vi skola nu betrakta förhållandena hos samma transformator vid en maximal induktion av 18000 gauss.

Vi erhålla:

$$\omega M = 2,35 (-0^\circ 55')$$

$$\omega L_1 = 2,31 (-0^\circ 55')$$

$$\omega (L_1 - M) = -0,0358 (-0^\circ 55')$$

$$1 - K = 0,104 (-22^\circ 53')$$

Bortse vi från läckströmmen vid sektionens ändpunkter, blir alltså i detta fall den okompenserade strömmen 10,4 % av strömmen i kontaktledningen.

Användes en shunt av sådan storlek att fullständig kompensation ernås vid en ström i skenledningen lika med 500 A, skulle den okompenserade strömmen i stället blivit 7,27 %. (se tabell sid. 199.)

Vi övergå nu till att undersöka, huru läckströmmen minskas från ena ändpunkten av sektionen och antaga då, att skenledningen är isolerad i denna punkt. Första transformatorn antages befinna sig på 0,7 km avstånd från sektionens ändpunkt.

Strömmen i skenledningen KJ_0 är, såsom framgår av beräkningen å transformatorn 2, vid $B_{\max} = 18000$ lika med 985 A.

K är lika med:

$$K = \frac{0,038 + j \cdot 2,5}{0,166 + j \cdot 2,76} = 0,906 (2^\circ 35')$$

Välja vi strömmen $-KJ_0$ till riktfas, få vi strömmen i kontaktledningen lika med:

$$-1085 (-2^\circ 35')$$

Vi ha förut funnit att:

$$1 - K = 0,104 (-22^\circ 53')$$

Försummas läckningen från de första 0,7 km skenledning, få vi därför läckströmmen i första transformatorn lika med

$$1085 \cdot 0,104 (-25^\circ 28') = 113 \text{ ampère.}$$

Kortslutnings- och tomgångsimpedanserna för 0,7 km av den med skenledning plus transformatorer ekvivalenta ledningen erhålles ur formlerna:

$$\begin{cases} R' \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{z_1 + j\omega L_1}{2} + Z' \operatorname{tgh} \frac{\gamma' s}{2} \\ I' \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{z_1 + j\omega L_1}{2} + Z' \operatorname{ctgh} \frac{\gamma' s}{2} \end{cases}$$

En beräkning lämnar:

$$R' \left(\frac{1}{2} \right) = 0,083 + j \cdot 1,378$$

$$I' \left(\frac{1}{2} \right) = 7,18 + j \cdot 1,175$$

Härav erhålles:

$$\beta = 0,464$$

$$\alpha = 24^\circ 17'$$

$$Z = 3,17 (47^\circ 52')$$

Dämpningen per element blir då:

$$\beta s = 0,65$$

På varje transformatorsträcka kommer sålunda läckströmmen och spänningen att avtaga i proportionen $e^{-\beta s} = 0,522$.

Spänningen i den första transformatorns mittpunkt erhålles genom att multiplicera läckströmmen med ekvivalenta ledningens karaktäristik. Vi få sålunda:

$$V_1 = 358 (22^\circ 24') \text{ Volt.}$$

Den inducerade spänningen vid sektionens ändpunkt är lika med noll.

V. BERÄKNING AV MEDELSTRÖMSTYRKAN I SKENLEDNINGEN.

Det är medelströmstyrkan i skenledningen, som bestämmer storleken av induktionen i närbelägna ledningar, och icke strömmen i transformatorns sekundära lindning.

Är avståndet mellan spårtransformatorerna så litet, att vi kunna sätta $p = 1$, och befinna vi oss långt från sektionens ändpunkter, bliva dessa båda strömmar lika.

För fullständighetens skull skola vi emellertid bestämma medelströmstyrkan hos en sektion av skenledningen.

För strömmen i skenledningen hade vi:

$$-\frac{dV}{dx} = z(J + kJ_0)$$

Integrera vi över ledningssträckan mellan tvenne transformatorer erhålles:

$$V_A - V_B = z \int J dx + zks J_0 = zs [J_{\text{med}} + kJ_0]$$

Men ur likhetssystem (13) få vi å andra sidan genom subtraktion:

$$V_A - V_B = R \left(\frac{1}{2} \right) [J_n + kJ_0] + R \left(\frac{1}{2} \right) [J_{n+1} + kJ_0]$$

eller

$$V_A - V_B = pzs \frac{J_n + J_{n+1}}{2} + xpkJ_0$$

Genom att sätta spänningsfallen lika få vi då:

$$J_{\text{med}} = p \frac{J_n + J_{n+1}}{2} + (p-1)kJ_0$$

Detta är medelvärde för strömmen mellan tvänne transformatorer.

Består sektionen av m stycken hela element, få vi då medelvärde för hela sektionen att bli:

$$J_{\text{med}} = \frac{p}{m} \left[\frac{1}{2} J_1 + J_2 + \dots + J_m + \frac{1}{2} J_{m+1} \right] + k(p-1)J_0$$

Skulle sektionen sluta med en del av ett element, ha vi att reducera medelströmstyrkan i detta element till ett helt element innan den insättes i ovanstående formel.

I stället för strömstyrkorna J_1, J_2 etc. kan man lämpligen införa läckströmmar och den inducerade strömmen. Formeln får då utseendet:

$$J_{\text{med}} = \frac{p}{m} \left[\frac{1}{2} J_1' + J_2' + \dots + \frac{1}{2} J_{m+1}' \right] - pkJ_0 + k(p-1)J_0$$

Såsom vi förut sett, bliva läckströmmar noll, om $K=1$. Avviker K från 1, erhålles läckströmmar, men bliva dessa i allmänhet ganska svaga och dämpas relativt fort ut från sektionens ändpunkter på grund av spårtransformatorernas impedans. Vi kunna därför i allmänhet försumma läckströmmar. Fortsätter skenledningen obruten bortom den punkt, där ström tillföres skenledningen, komma i regel läckströmmar på båda sidor om denna punkt att bliva lika åt båda hållen, varför deras totala inverkan på induktionen i parallella ledningar blir noll. Är däremot skenledningen isolerad vid sektionens ena ändpunkt, inverka läckströmmar därstädes inducerande. Emellertid är deras verkan vid högre strömstyrkor än kompenseringsströmmen alltid utjämnande, så att sektioneringen i någon mån minskar induktionen.

Som läckströmmens inverkan under alla förhållanden blir jämförelsevis liten kunna vi försumma dem och skriva:

$$J_{\text{med}} = [-pK + k(p-1)]J_0 \dots \dots \dots (19)$$

VI. STRÖM OCH SPÄNNING I KONTAKT- OCH SKENLEDNING SÅSOM FUNKTIONER AV INDUKTIONEN I JÄRNKÄRNAN.

Som magnetiseringsströmmen är en transcendent funktion av induktionen hos järnkärnan, är det praktiskt taget ogörligt att erhålla formler,

som giva induktionen såsom funktion av strömstyrkorna i skenor och kontaktledning. Enda framkomliga vägen är därför den omvända, nämligen att uttrycka strömmarne såsom funktioner av induktionen eller närmare bestämt såsom funktion av den förut definierade storheten Δ , vilken lätt kan beräknas av induktionen i järnkärnan.

För en given transformator kan man sedan lätt upprita kurvor för strömmarne med $B_{\max}$ såsom abscisser och ur dessa kurvor bestämma den induktion, som svarar mot en viss strömstyrka.

I det följande bortse vi från inverkan av läckströmmarne och beteckna i överensstämmelse härmed strömmen $-KJ_0$ i sekundära lindningen med J_1 .

Vi ha nu relationerna:

$$\begin{cases} -e_1 \Delta = J_0 + \frac{n_1}{n_0} u J_1 \\ J_1 = -K J_0 \end{cases}$$

Häraf erhålles:

$$J_0 = -e_1 \frac{\Delta}{1 - \frac{n_1}{n_0} u K}$$

eller om vi sätta in värdet på K ur (17) erhålles efter någon reduktion:

$$J_0 = -\frac{e_1 \left[(pz + z_1) \Delta + \frac{n_1}{n_0} u \right]}{p \left(z - \frac{n_1}{n_0} u y \right) s + z_1} \dots \dots \dots (20)$$

Genom likheten $J_1 = -KJ_0$ erhålles sedan:

$$J_1 = \frac{e_1 [1 + p y s \Delta]}{p \left(z - \frac{n_1}{n_0} u y \right) s + z_1} \dots \dots \dots (21)$$

Formlerna (20) och (21) ge nu strömmarne i kontakt- och skenledning, när induktionen är bekant.

Multipliceras J_1 med $pz + z_1$ och formeln för J_1 med $p y s$ och adderas de sålunda erhållna formlerna, får man:

$$e_1 = (pz + z_1) J_1 + p y s J_0 \dots \dots \dots (22)$$

Denna likhet, som är av stor vikt för det följande, är ett uttryck för, att den inducerade spänningen i varje transformator är lika med spänningsfallet mellan transformatorerna.

Täljaren i formeln för J_1 kan nu skrivas:

$$\left(1 + \lambda \frac{n_0}{n_1} p y s \right) e_1 - p y s i'$$

En beräkning visar nu, att för lägre induktioner är $p y s i'$ liten i förhållande till e_1 . Spänningen e_1 å sin sida är alltid proportionell mot $B_{\max}$ i järnkärnan och gäller detta även för i' vid låga induktioner. Upp till induktioner omkring 12000 å 14000 gauss blir därför skenströmmen prak-

tiskt taget proportionell mot $B_{\max}$. Som $\frac{n_1}{n_0} u$ ligger i närheten av 1, gäller detsamma även om strömmen i kontaktledningen, ehuru ej fullt i samma grad. ys_i' har vidare en fasvinkel större än 90° och vid högre induktioner ökas denna vinkel till nära 180° . Vid höga induktioner kan man därför helt enkelt addera de båda termerna i täljaren för J_1 .

Av det som ovan anförts följer, att strömmen i skenorna vid högre induktioner ökas fortare än induktionen, dock på långt när icke i samma proportion som i' . Detta framgår också tydligt av de värden, som erhållits hos de tre transformatorer, som beräknats med ovan angivna formler å denna uppsats' sista sidor. Även upp till högre induktioner kan man approximativt räkna med proportionaliteten mellan $B_{\max}$ och J_1 . Proportionalitetsgränsen ligger emellertid olika högt för olika transformatorer. Vid högre varvantal och vid större järnarea hos transformatorn ligger proportionalitetsgränsen högre.

Sedan J_1 och J_0 blivit bestämda, är det lätt att erhålla en formel för J_{med} . Emellertid är det lämpligare att beräkna en formel för

$$J_0 + J_{\text{med}}.$$

Vid fullständig kompensation skall nämligen denna summa vara noll, och bestämmer densamma under alla förhållanden den okompenserade strömmen.

Ur likhet (19) erhålles:

$$J_{\text{med}} + J_0 = p J_1 + [1 + k(p-1)] J_0$$

Vi införa här:

$$\varepsilon = \frac{1 + k(p-1)}{p}$$

och erhålla:

$$J_{\text{med}} + J_0 = p [J_1 + \varepsilon J_0]$$

Vid kompensation erhålles härur:

$$J_1 = -\varepsilon J_0 \dots \dots \dots (23)$$

Genom att på högra sidan insätta formlerna för J_1 och J_0 erhålles efter någon reduktion:

$$J_{\text{med}} + J_0 = - \frac{[(z-y)s + \varepsilon z_1] \Delta - \left(1 - \frac{n_1}{n_0} \varepsilon u\right)}{\left(z - \frac{n_0}{n_1} u y\right) s + \frac{z_1}{p}} \cdot e_1$$

Dividera vi båda å sidor med J_0 och införa

$$\delta = \frac{J_{\text{med}} + J_0}{J_0}$$

erhålles:

$$\delta = \frac{[(z-y)s + \varepsilon z_1] \Delta - \left(1 - \frac{n_1}{n_0} \varepsilon u\right)}{\left(zs + \frac{z_1}{p}\right) \Delta + \frac{n_1 u}{n_0 p}} \dots \dots \dots (24)$$

δ är den okompenserade strömmen uttryckt i delar av strömmen i kontaktledningen.

δ bestämmer, huru stor induktionen i parallellgående ledningar på större avstånd blir i förhållande till det fall, att kontaktledningsströmmen vore ensam förhanden.

VII. BERÄKNING AV INDUKTIONEN I LEDNINGAR, SOM LIGGA LÅNGT FRÅN KONTAKTLEDNINGEN I FÖRHÅLLANDE TILL KONTAKTLEDNINGENS AVSTÅND FRÅN SKENORNA.

Vid långa avstånd mellan kontaktledning och svagströmsledningar i förhållande till avståndet mellan kontaktledning och skenor blir induktionen i svagströmsledningarna endast beroende av den okompenserade strömmen.

Hänföres induktionen till den, som skulle erhållits enbart från kontaktledningen, få vi såsom reduktionstal δ :

$$\delta = \frac{J_0 + J_{med}}{J_0}$$

Induktionen är helt bestämd av δ och av avståndet mellan banan och svagströmsledningarna.

Fastställer man därför minsta avståndet mellan ledningarna och den största tillåtna inducerade emk i svagströmsledningarna per km, blir det högsta tillåtna värdet på δ fastställt.

För beräkning av δ , J_0 eller J_1 ha vi nu formelsystemet:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \frac{[(z-y)s + \epsilon z_1] \Delta - \left(1 - \frac{n_1}{n_0} \epsilon u\right)}{\left(zs + \frac{z_1}{p}\right) \Delta + \frac{n_1}{n_2} \epsilon u} \\ J_0 = \frac{(pz + z_1) \Delta + \frac{n_1}{n_0} u}{p \left(z - \frac{n_1}{n_0} uy\right) s + z_1} \cdot e_1 \\ J_1 = \frac{pys \Delta + 1}{p \left(z - \frac{n_1}{n_0} uy\right) s + z_1} \cdot e_1 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = \lambda \frac{n_0}{n_1} + \frac{10^8}{66,6} \frac{u}{n_0 n_1 A} \left[\frac{f(B_{max} \cdot L \cdot 10^5}{66,6 B_{max}^2} - \frac{j}{1,77} \left(\frac{H_{max}}{B_{max}} \cdot L + L' \right) \right] \\ e_1 = n_1 \cdot 4,44 \nu A B_{max} \cdot 10^{-8} \end{array} \right\} \dots (26)$$

Med tillhjälp av dessa förmler kan nu δ beräknas för en godtycklig transformator och för en uppgiven strömstyrka i kontakt- eller skenledning. Lämpligast är då att utgå från olika värden på B_{max} samt beräkna Δ och

e_1 och ur dessa värden δ , J_0 och J_1 samt upprita kurvor för dessa kvantiteter med $B_{\max}$ eller e_1 såsom abscisser. Ur dessa kurvor kan man sedan direkt bestämma δ såsom funktion av J_0 eller J_1 .

VIII. VILLKORET FÖR KOMPENSATION.

För att induktionen i parallellgående svagströmsledningarna skall vara noll för en viss strömstyrka fordras, att för denna ström δ skall bli noll. Beteckna vi värdet på Δ vid den induktion $\bar{B}_{\max}$, för vilken kompensation skall inträda med Δ_0 , få vi ur ekvationen för δ villkoret:

$$\Delta_0 = \frac{1 - \frac{n_1}{n_0} \varepsilon u}{(z - y)s + \varepsilon z_1} \dots \dots \dots (27)$$

För Δ_0 ha vi å andra sidan uttrycket:

$$\Delta_0 = \lambda \frac{n_0}{n_1} + \frac{10^8}{66,6} \frac{u}{n_1 n_0 A} \left[\frac{f(\bar{B}_{\max} \cdot L \cdot 10^5)}{66,6 \bar{B}_{\max}^2} - \frac{j}{1,77} \left(\frac{\bar{H}_{\max}}{\bar{B}_{\max}} L + L' \right) \right]$$

$\bar{B}_{\max}$ och $\bar{H}_{\max}$ beteckna här liksom senare värdena på kompensation.

Ekvation (27) måste vara fylld för att kompensation skall äga rum. Det är tydligt, att för en godtycklig transformator finnes i allmänhet ingen ström, för vilken kompensation inträder.

Men å andra sidan inses lätt, att man i regel kan välja λ och L' så, att kompensation inträder för ett på förhand bestämt värde på $\bar{B}_{\max}$, och detta vilket avståndet mellan transformatorerna än är. Vid större avstånd har man att välja förhållandet $\frac{n_0}{n_1}$ större.

u är linjär i λ . För ett givet $\bar{B}_{\max}$ ger därför reella delen av ekvation (27) en första grads ekvation för bestämmande av λ , och den imaginära delen av ekvationen ger sedan, när λ är beräknad, värdet på L' . Vill man bestämma kompensation för en viss induktion $\bar{B}_{\max}$ och en viss strömstyrka J_1 har man först att bestämma produkten $n_1 A$ ur ekvationen:

$$|\bar{e}_1| = n_1 4,44 \nu \cdot A \cdot B_{\max} 10^{-8} = |(pz + z_1) \bar{J}_1 + p y s \bar{J}_0|$$

i det att vi på höger sida införa

$$\bar{J}_1 = \varepsilon \bar{J}_{\text{med}} = -\varepsilon \bar{J}_0$$

alltså:

$$n_1 \cdot 4,44 \nu \cdot A \cdot \bar{B}_{\max} \cdot 10^{-8} = \left| \left[p \left(z - \frac{y}{\varepsilon} \right) \cdot s + z_1 \right] \bar{J}_1 \right| \dots \dots \dots (28)$$

IX. FORMEL FÖR δ VID EN KOMPENSERAD TRANSFORMATOR.

Den formel för δ , som ovan erhållits, är emellertid icke lämplig såsom grund för en diskussion av inflytandet av transformatorns form och kon-

stanter på induktionen i ledningar, emedan alla bestämningsstycken hos transformatorn ingå i densamma.

Är nu transformatorn vald så, att kompensation inträder vid en viss strömstyrka, kan formeln för δ omändras så, att såväl λ som L' försvinner ur densamma.

Det är naturligtvis lämpligast att bestämma transformatorns konstanter så, att kompensation erhålles för en strömstyrka i kontaktledningen av en storlek svarande mot förhållandena vid normal drift. Vidare bör induktionen i järnkärnan svarande mot denna kompensationsström ej vara alltför hög, enär δ i annat fall stiger starkt i höjden; när strömmen i kontaktledningen av en eller annan anledning (t. ex. kortslutning) stiger över den normala. Såsom bestämningsstycken för transformatorn välja vi därför tills vidare kompensationsströmmen $\bar{J}_1$ och den mot denna ström svarande induktionen $\bar{B}_{\max}$.

När effektivvärdet på $\bar{J}_1$ och $\bar{B}_{\max}$ äro fastställda, är samma förhållandet med produkten $n_1 A$ enligt formel (28). I likheten för δ kunna vi därför eliminera bort antingen n_1 eller A .

En ytterligare förenkling i formeln för δ erhålles, om vi i stället för Δ införa skillnaden Δ_1 mellan Δ och värdet Δ_0 vid kompensation. Dels erhålles härigenom nära nog proportionalitet mellan δ och Δ_1 , och vidare komma såväl λ som luftgapets längd att försvinna ur formeln för δ .

Vi insätta alltså:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_0$$

och införa samtidigt

$$\Delta_0 = \frac{1 - \frac{n_1}{n_0} \varepsilon u}{(z - y)s + \varepsilon z_1}$$

Efter någon reduktion erhålles:

$$\delta = \frac{[(z - y)s + \varepsilon z_1] \Delta_1}{\left(zs + \frac{z_1}{p}\right) \Delta_1 + \frac{\left(z - y \frac{n_1}{n_0} u\right) s + \frac{z_1}{p}}{(z - y)s + \varepsilon z_1}}$$

u ligger nu nära 1, och samma är förhållandet med p och ε . I de flesta praktiskt fall har man även $\frac{n_1}{n_0}$ nära lika med 1. Den andra termen i nämnaren ligger därför mycket nära 1.

Formeln för δ kan därför med stor approximation skrivas på följande enkla form.

$$\delta = \frac{[(z - y)s + \varepsilon z_1] \Delta_1}{1 + \left(zs + \frac{z_1}{p}\right) \Delta_1} \dots \dots \dots (29)$$

I en första approximation kan man till och med skriva:

$$\delta = [(z - y)s + \varepsilon z_1] \Delta_1 \dots \dots \dots (30)$$

För Δ_1 har man formeln:

$$\Delta_1 = u \left[\frac{\bar{i}'}{\bar{e}_1} - \frac{i'}{e_1} \right]$$

där de streckade storheterna hänföra sig till kompensations-induktionen.

Vidare ha vi:

$$\left\{ \begin{array}{l} i' = \frac{1}{n_0} \left[-\frac{f(B_{\max}) \cdot L \cdot 10^5}{66,6 B_{\max}} + \frac{j}{1,77} (L H_{\max} + L' B_{\max}) \right] \\ e_1 = 66,6 n_1 A B_{\max} \cdot 10^{-8} \end{array} \right\}$$

Häraf erhålles:

$$\Delta_1 = \frac{uL}{n_0 n_1 A} \cdot \frac{10^{13}}{(66,6)^2} \left[\frac{f(B_{\max})}{B_{\max}^2} - \frac{f(\bar{B}_{\max})}{\bar{B}_{\max}^2} - j \frac{66,6 \cdot 10^{-5}}{1,77} \cdot \left(\frac{H_{\max}}{B_{\max}} - \frac{\bar{H}_{\max}}{\bar{B}_{\max}} \right) \right] \dots \dots \dots (31)$$

Vidare hade vi likheten:

$$66,6 \cdot 10^{-8} \cdot n_1 A \cdot \bar{B}_{\max} = \left[p \left(z - \frac{y}{z} \right) s + z_1 \right] \bar{J}_1 \dots \dots \dots (32)$$

Vi beteckna i det följande amplituden för

$$p \left(z - \frac{y}{z} \right) s + z_1 \text{ med } r \text{ och förhållandet}$$

$$\frac{\bar{B}_{\max}}{J_1} \text{ med } \eta$$

Förlänga vi Δ_1 med An_1 , införa volymen V hos järnkärnan räknad i dm^3 samt insätta värdet på $n_1 A$ ur (32) i nämnaren, erhålles

$$\Delta_1 = u \frac{n_1}{n_0} \cdot \frac{\eta^2}{r} \cdot V \left\{ \frac{f(B_{\max})}{B_{\max}^2} - \frac{f(\bar{B}_{\max})}{\bar{B}_{\max}^2} - j \frac{66,6}{1,77} 10^{-5} \left(\frac{H_{\max}}{B_{\max}} - \frac{\bar{H}_{\max}}{\bar{B}_{\max}} \right) \right\} \dots (33)$$

Denna formel är synnerligen lämplig att användas vid jämförelse mellan olika transformatorer; såväl u som $\frac{n_1}{n_0}$ kunna nämligen sättas lika med 1.

Av denna formel framgår att om $\bar{B}_{\max}$, $\bar{J}_1$ och J_1 äro bestämda, blir Δ_1 proportionell mot järnvolymen.

Beträffande termerna inom parenteserna i (32) och (33) är att märka, att särskilt vid högre inductioner den imaginära delen är övertvägande. Den reella delen är oberoende av virvelströmsförlusterna och kan därför skrivas under formen

$$0,935 \frac{r'}{100} \left[\left(\frac{B_{\max}}{1000} \right)^{-0,4} - \left(\frac{\bar{B}_{\max}}{1000} \right)^{-0,4} \right] \cdot 10^{-6} \dots \dots \dots (34)$$

Den imaginära delen ökas, när $B_{\max}$ ökas.

Vid inductioner högre än 10000 kan man enligt Frölichs formel skriva:

$$1000 \frac{H_{\max}}{B_{\max}} = \alpha + \beta H_{\max},$$

där α och β äro konstanter, som för järn hava storleken

$$\alpha = 0,105$$

$$\beta = 0,059$$

Den imaginära delen kan följaktligen skrivas på följande form:

$$\frac{66,6}{1,77} \cdot 10^{-8} \beta (H_{\max} - \bar{H}_{\max}) \dots \dots \dots (35)$$

$$H_{\max} = \frac{\alpha B_{\max}}{1000 - \beta B_{\max}} \dots \dots \dots (36)$$

Den imaginära delen är sålunda proportionell mot ökningen i $H_{\max}$ från värdet vid kompensation.

X. BESTÄMMANDE AV TRANSFORMATORNES DIMENSIONER FÖR ÅSTADKOMMANDE AV ETT VISST VÄRDE PÅ δ .

Vid bestämmande av transformatorns dimensioner har man att taga hänsyn dels till den strömstyrka, för vilken kompensation skall äga rum, och dels till den maximala ström, som kan förekomma t. ex. vid kortslutningar.

Vi kunna härvidlag välja antingen strömmen i kontaktledningen, medelströmstyrkan i skenledningen eller strömmen i transformatorns sekundära lindning. Vi välja den sistnämnda, emedan denna i högre grad än de övriga är proportionell mot motsvarande induction i järnkärnan.

Formeln för J_1 (10) ger oss, emedan e_1 är proportionell mot $B_{\max}$, relationen:

$$\frac{B_{\max}}{J_1} (1 + p_{ys} \Delta) = \frac{\bar{B}_{\max}}{\bar{J}_1} (1 + p_{ys} \Delta_0)$$

Av likheten (27) framgår nu, att $p_{ys} \Delta_0$ måste vara liten i förhållande till enheten. Vi kunna därför skriva:

$$\eta = \frac{\bar{B}_{\max}}{\bar{J}_1} = \frac{B_{\max}}{J_1} (1 + p_{ys} \Delta_1) \dots \dots \dots (37)$$

Av denna formel framgår, att när δ är bekant och således enligt (29) även Δ_1 , är $B_{\max}$ lätt att beräkna ur $\bar{J}_1$ och $\bar{B}_{\max}$.

Vi antaga nu i det följande, att $\bar{J}_1$ och J_1 äro fixerade, liksom värdet på δ svarande mot J_1 . För varje $\bar{B}_{\max}$ är då även $B_{\max}$ bestämd, och vi kunna ur formel (33) bestämma volymen V . Välja vi $\bar{B}_{\max}$ såsom abscissa och V såsom ordinata, erhålles sålunda för varje δ en hyperbelliknande kurva med de båda axlarna till asymptoter, som ger sambandet mellan $\bar{B}_{\max}$ och V .

För ett visst värde på abskissan $\bar{B}_{\max}$ komma de vertikala avstånden mellan kurvor för V , hos vilka δ skilja sig med konstanta belopp, att bli lika stora.

För ej alltför höga induktioner kunna vi skriva:

$$H_{\max} - \bar{H}_{\max} = \frac{\beta}{1000} (B_{\max} - \bar{B}_{\max})$$

och då vi approximativt hava

$$\frac{B_{\max}}{J} = \frac{\bar{B}_{\max}}{\bar{J}_1}$$

kunna vi skriva i (35) i en första approximation

$$H_{\max} - \bar{H}_{\max} = \frac{\beta \bar{B}_{\max}}{1000} \frac{J - \bar{J}_1}{\bar{J}_1}$$

Som den imaginära termen inom parentesen i (32) har övervikten, kommer högra sidan i denna formel att vara approximativt proportionell mot $\bar{B}_{\max}^3$.

Om vi, för att överblicka huru förhållandena ändras med dimensionerna, antaga, att alla dimensioner hos transformatorns järnkärna ökas i samma proportion m , kommer då, vid konstant δ eller vad som är det samma, konstant värde på Δ_1 , $\bar{B}_{\max}$ att ändras i proportionen $\frac{1}{m}$. Genomskärningsarean hos järnkärnan ökas i proportionen m^2 . Som produkten av n_1 , A och $B_{\max}$ är konstant, avtar då varvantalet i proportionen $\frac{1}{m}$.

Ur kurvorna få vi nu ett oändligt antal samhörande värden på $B_{\max}$ och V , som giva ett visst värde på δ , och mot varje V få vi ett motsvarande värde på n_1 .

Som en mindre volym motsvaras av ett större värde på n_1 , kräves större upplindningsutrymme för mindre volymer, under förutsättning att lindningens motstånd eller reaktans ej få överstiga ett visst värde. Nödigt utrymme för isolation mellan lindningarna och mellan lindningar och järnkärna måste även finnas. Vi få därför en undre gräns för V . Huru denna skall bestämmas beror i viss mån på förhållandena. I de flesta fall torde det vara tillräckligt att se till, att det ohmiska spänningsfallet ej överskrider ett visst värde. Vid stort antal lindningsvarv kan det vara påkallat att i stället fixera värdet på det induktiva spänningsfallet. Sedan undre gränsen blivit fastställd, har man att välja V . En ökning i volymen medför en minskning i antalet lindningsvarv, svarande mot ändringen i de linjära dimensionerna — alltså en minskning i kopparkvantitet. Valet av V bestämmes av kostnadshänsyn.

Vid beräkning av kurvorna för volymen och antalet lindningsvarv svarande mot ett visst värde på δ , har man först att bestämma det värde på Δ_1 , som svarar mot δ . Som man alltid har att se till, det spänningsfallet i transformatorn blir litet i förhållande till spänningsfallet i sken-

ledningen, kunna vi i formel (29) försumma εz_1 och $\frac{z_1}{p}$ i förhållande till de termer, med vilka de äro hopfogade. Vidare är i zs den imaginära delen den övervägande och samma är förhållandet med Δ_1 , hos vilken för övrigt den imaginära delen har negativt tecken. Taga vi amplituderna på båda sidor, kan därför ur (29) erhållas formeln:

$$|\delta| = \frac{|(z-y)s| \cdot |\Delta_1|}{1 + |zs| \cdot |\Delta_1|}$$

Ur denna formel erhålles det numeriska värde på Δ_1 , som svarar mot ett visst numeriskt värde på δ . På samma sätt kunna vi skriva (37) på formeln:

$$\frac{\bar{B}_{\max}}{J_1} = \frac{B_{\max}}{J_1} (1 + |ys| \cdot |\Delta_1|),$$

om vi överallt sätta in de numeriska värdena.

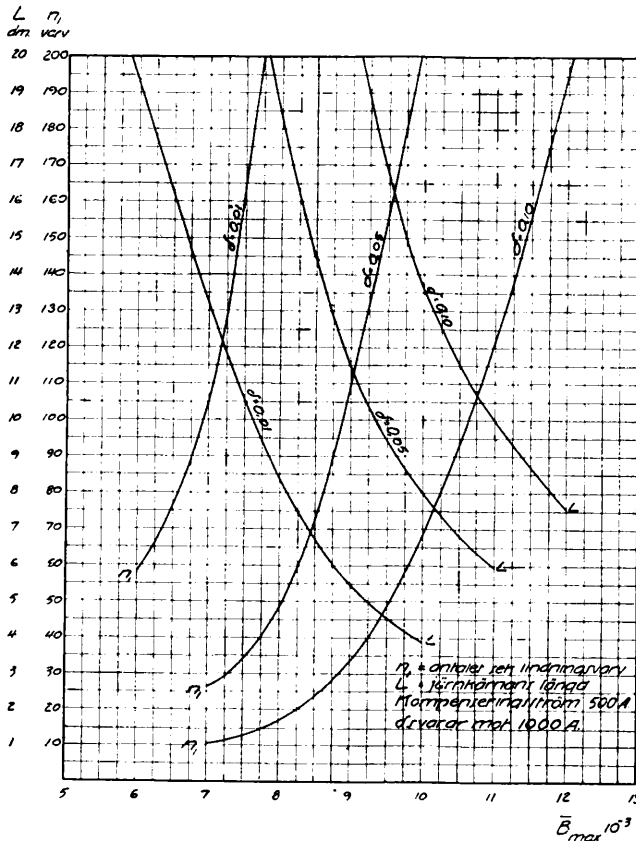


Fig. 7.

Med tillhjälp av dessa båda formler erhålles sedan den volym V ur ekvation (33), som svarar mot ett visst δ och ett visst $\bar{B}_{\max}$. I fig. 7 äro dylika kurvor uppritade, dock med den skillnaden, att såsom ordinata är avsatt den längd hos järnkärnan, som svarar mot volymen, då man tänker

sig järnkärnan vara rektangulär med kvadratisk tvärsnitt och järnlängden 10 gånger så stor som sidan i tvärsnittets kvadrat. (Tänka oss alltså en kärntransformator). Kurvorna för $\delta = 0,01, 0,05$ och $0,10$ äro uppritade. I samma figur äro även kurvorna för sekundära antalet lindningsvarv uppritade för samma värden på δ med $\bar{B}_{\max}$ såsom abskissa.

BERÄKNINGSRESULTAT FÖR 3 OLIKA SPÄRTRANSFORMATORER.

Beteckningar:

n_0 primära antalet varv

n_1 sekundära » »

A järnets effektiva area

L längden i järn

L' längden hos luftgap tillsammantagna

e_1 sekundärt inducerad emk hos transformatorlindningen

i' magnetiseringsströmmen hos transformatorn

J_1 ström i skenledningen

δ inverkan på långt avstånd jämförd med det fall att all ström lämnat skenledningen.

1. Transformator i överensstämmelse med den föreslagna, kompenserad för 300 ampère vid $B_{\max} = 10000$.

$$n_0 = 72,6 \quad n_1 = 70,6 \quad A = 116 \text{ cm}^2 \quad L = 112,6 \text{ cm} \quad L' = 0,035$$

$B_{\max}$	e_1	i' (shunten ej medräknad)	J_1	100 δ
2000	10,9 V	1,12 ($90^\circ + 29^\circ 51'$) A	59 A	0,80
4000	21,8	2,34 ($90^\circ + 20^\circ 57'$)	119	0,55
6000	32,8	3,67 ($90^\circ + 17^\circ 13'$)	179	0,405
8000	43,7	5,10 ($90^\circ + 14^\circ 54'$)	239	0,29
10000	54,6	6,64 ($90^\circ + 13^\circ 12'$)	300	0,00
12000	65,6	10,9 ($90^\circ + 9^\circ 3'$)	362	0,645
14000	76,4	18,1 ($90^\circ + 6^\circ 0'$)	427	1,87
16000	87,4	47,3 ($90^\circ + 2^\circ 30'$)	556	6,38
18000	98,3	130,0 ($90^\circ - 58,3'$)	755	14,6
20000	109,2	311,0 ($90^\circ - 26,5'$)	1237	24,4

motsl. hos shunten = 22,1 ohm.

2. Samma transformator som ovan, men kompenserad för 500 ampère vid $B_{\max} = 10000$ genom ökning av antalet varv.

$$n_0 = 131,4 \quad n_1 = 129,4 \quad A = 116 \text{ cm}^2 \quad L = 112,6 \text{ cm} \quad L' = 0,0974 \text{ cm}$$

$B_{\max}$	e_1	i' (shunten ej medräknad)	J_1	100 δ
2000	20 V	1,12 ($90^\circ + 15^\circ 24'$)	99,8 A	0,258
4000	40	2,32 ($90^\circ + 11^\circ 28'$)	199,5	0,178
6000	60	3,59 ($90^\circ + 9^\circ 37'$)	300	0,13

$B_{\max}$	e_1	i' (shunten ej medräknad)	J_1	100 δ
8000	80	4,92 ($90^\circ \pm 8^\circ 28'$)	399,6	0,093
10000	100	6,61 ($90^\circ \pm 7^\circ 17'$)	500	0,00
12000	120	9,21 ($90^\circ \pm 5^\circ 54'$)	600,8	0,208
14000	140	13,72 ($90^\circ \pm 4^\circ 23'$)	705	0,60
16000	160	30,40 ($90^\circ \pm 2^\circ 9,3'$)	821	1,96
18000	180	76,60 ($90^\circ \pm 0^\circ 55,4'$)	985	7,27
20000	200	177,5 ($90^\circ \pm 0^\circ 25,6'$)	1267	10,2

motst. hos shunten = 39 ohm.

3. Transformator i överensstämmelse med 1, men med järndimensionerna ökade med 50 %.

$$n_0 = 53,5 \quad n_1 = 51,5 \quad A = 261 \text{ cm}^2 \quad L = 169 \quad L' = 0,065$$

$B_{\max}$	e_1	i' (shunten ej inberäknad)	J_1	100 δ
2000	17,9 V	2,52 ($90^\circ \pm 25^\circ 50'$)	100 A	0,973
4000	35,9	5,26 ($90^\circ \pm 18^\circ 51'$)	198	0,67
6000	53,8	8,07 ($90^\circ \pm 15^\circ 36'$)	298	0,49
8000	71,7	11,38 ($90^\circ \pm 13^\circ 34'$)	399	0,35
10000	89,7	15,90 ($90^\circ \pm 11^\circ 11'$)	499	0,00
12000	107,6	23,70 ($90^\circ \pm 8^\circ 26'$)	603	0,78
14000	125,5	38,7 ($90^\circ \pm 5^\circ 43'$)	718	2,26
16000	143,5	98,5 ($90^\circ \pm 2^\circ 45,1'$)	926	7,60
18000	161,5	254,5 ($90^\circ \pm 0^\circ 58,7'$)	1217	16,6
20000	179,4	622,0 ($90^\circ \pm 0^\circ 26,4'$)	1850	25,6

motst. hos shunten = 14,52 ohm.