

Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens

Technisches Fachblatt des Vereins Deutscher Eisenbahn-Verwaltungen

Schriftleitung: Dr. Ing. H. Uebelacker, Nürnberg, unter Mitwirkung von Dr. Ing. A. E. Bloss, Dresden

85. Jahrgang

1. Juni 1930

Heft 11

Über die Massewirkungen bei plötzlichen Richtungsänderungen im Lauf von Eisenbahnfahrzeugen.

Rechnerische Ermittlung der auftretenden Größen auf strenger mathematischer Grundlage.

Von Reichsbahnoberrat Dr. Ing. H. Uebelacker, Nürnberg.

In meinen 1903 im „Organ“ (Beilage) veröffentlichten „Untersuchungen über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen“ habe ich die am Fahrzeug angreifenden Kräfte unter dem Gesichtspunkt behandelt, daß sich das Fahrzeug stetig und gleichmäßig im Gleisbogen fortbewege, daß also der Winkel, den die Fahrzeugachse mit der Bogentangente im Anlaufpunkt des führenden Rades bildet, und damit auch die Lage des Reibungsmittelpunktes sich nicht ändere. Bei einer solchen stetigen Bewegung vollzieht sich auch die Drehbewegung des Fahrzeugs um eine durch den Reibungsmittelpunkt (der hier mit dem Fußpunkt des aus dem Krümmungsmittelpunkt auf die Fahrzeugachse gefällten Lotes übereinstimmt) gehende lotrechte Achse mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit. An Kräften, die aus der Trägheit der Masse des Fahrzeugs hervorgehen, ist hier nur die Fliehkraft, bzw., wenn eine Gleisüberhöhung vorhanden ist, der Fliehkraftüberschuß zu berücksichtigen. Diese Kraft bleibt, wenn Geschwindigkeit und Halbmesser sich nicht ändert, ebenfalls unveränderlich und kann wie die an den Radauflagepunkten auftretenden Reibungskräfte und wie die übrigen an dem Fahrzeug angreifenden Kräfte in die Gleichungen für das statische Gleichgewicht, wie ich sie in den angeführten Untersuchungen erstmals aufstellte, einbezogen werden.

Im geraden Gleis hat das Fahrzeug — abgesehen von den etwa aus Schlingerbewegungen folgenden — keine Drehbewegung um eine lotrechte Achse. Die mit dem Lauf in gekrümmter Bahn verbundene Drehbewegung des Fahrzeugs muß daher beim Einlauf in die Krümmung erzeugt und beim Auslauf wieder aufgehoben werden. Um eine allmähliche Veränderung der Drehgeschwindigkeit herbeizuführen, legt man bekanntlich seit einigen Jahrzehnten sowohl beim Einlauf als beim Auslauf von Gleisbogen Übergangsbogen ein, die, wenn man die Forderung gleichmäßig zunehmender Drehgeschwindigkeit aufstellt, angenähert einer kubischen Parabel entsprechen. Sie sind jedoch noch keineswegs ausnahmslos vorhanden, insbesondere nicht in Gleisen und Strecken untergeordneter Bedeutung. Auch kommen bei Gleisumbauten behelfsmäßige Bogenanschlüsse ohne Übergangsbogen vor, die dann allerdings mit verminderter Geschwindigkeit durchfahren werden sollen.

Bei solchen Übergangsbogen verteilt sich die Überleitung von der Geraden in die Kreisbewegung auf die zum Durchlaufen des Übergangsbogens nötige Zeit, diese beträgt z. B. bei einer Geschwindigkeit von 65 km/Std. ($= 18 \text{ m/sk}$) für einen 90 m langen Übergangsbogen eines Gleisbogens von 300 m Halbmesser fünf Sekunden.

Demgegenüber ist die Zeit für die Erteilung der Drehgeschwindigkeit, wenn kein Übergangsbogen vorhanden ist, ganz erheblich kürzer. Der Vorgang kann sich überhaupt nur in der Weise abspielen, daß das Fahrzeug infolge einer elastischen Übertragung der führenden Einwirkung (Rückstellvorrichtung) in seinem Hauptteil von der vorgeschriebenen Bahn zunächst abweicht, oder daß die Bahn oder das Fahrzeug eine elastische Formänderung erleiden. Demzufolge sind auch die Kräfte zur Änderung der Bewegung erheblich größer.

Was hier vom Einlauf in die Krümmung gesagt ist, gilt übrigens auch für die Bewegung im Gleisbogen selbst, wenn dieser nicht stetig verläuft, sondern infolge von Verdrückungen im Halbmesser stark wechselt oder gar Knicke aufweist. Wenn z. B. in einem Bogen von $r = 500 \text{ m}$ der Halbmesser sich plötzlich auf 400 m vermindert, (tangentialer Anschluß vorausgesetzt) so muß die Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeugs in Bruchteilen einer Sekunde bei einer Geschwindigkeit von 18 m/sk von $\omega = \frac{18}{500} = 0,036$ auf $\frac{18}{400} = 0,045$, also um $0,009 \text{ sk}^{-1}$ erhöht werden. Der Vorgang ist also der gleiche, wie wenn das Fahrzeug mit 65 km/Std. in eine Krümmung von $r = \frac{18}{0,009} = 2000 \text{ m}$ ohne Übergangsbogen einliefe. Eine plötzliche Verengung des Bogens auf $r = 300 \text{ m}$ wäre gleichwertig einem übergangslosen Einlauf in einen Bogen von $r = 1 : \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{500} \right) = 750 \text{ m}$.

Der Einlauf ohne Übergangsbogen hat wegen der auftretenden Kräfte und der dadurch herbeigeführten Entgleisungsgefahr allein praktisches Interesse. Den allgemeinen Gang der mathematischen Behandlung dieses Problems zu entwickeln und den Weg zur rechnerischen Erfassung der auftretenden Größen zu zeigen, ist der Zweck der folgenden Untersuchungen.

Dabei ist vor allem die Lokomotive ins Auge gefaßt, auf deren sichere Führung im Gleis es in erster Linie ankommt; die Anwendung des Verfahrens auf Fahrzeuge mit zwei Drehgestellen (Personenwagen) soll einer späteren Veröffentlichung vorbehalten bleiben.

I. Allgemeine Grundlagen, insbesondere Bewegungs-verhältnisse.

Der gesamte Bewegungsvorgang kann als ebene Bewegung betrachtet werden, nämlich als Bewegung in der durch die Schienenoberfläche gegebenen Bahnfläche, die für unsere Zwecke — auch bei den geringen Abweichungen wie sie durch die Überhöhungsrampe beim Bogeneinlauf und durch die Überhöhung im Bogen selbst entstehen — als Ebene angesehen werden kann, da das betrachtete Stück stets kurz ist. In dieser Ebene liegen die an den Auflagerpunkten der Räder wirkenden Reibungskräfte und die führenden Kräfte. Der Unterschied der Fliehkraft und der aus der Überhöhung folgenden Komponente des Fahrzeuggewichtes, ferner der Trägheitswiderstand gegen eine seitliche Verschiebung der Lokomotive greifen im Schwerpunkt an, eine etwa vom Tender ausgeübte Einwirkung in Pufferhöhe. Alle diese Kräfte werden in die Bahnebene verlegt gedacht, es entstehen dann Quermomente, die die Belastung der Räder auf den beiden Seiten verändern, das gleiche tritt ein dadurch, daß die Führungskraft vom führenden Rade durch den Rahmen auf die übrigen Räder übertragen wird. Von diesen Änderungen der Radbelastung wird, da sie für die Größe des Gesamtwertes der Reibung und damit für das ins Auge gefaßte Ziel unwesentlich ist, abgesehen. Ferner ist ange-

nommen, daß die Lokomotive keine Zugkraft oder Bremskraft ausübe; dies ist deshalb berechtigt, weil der seitliche Gleitwiderstand in diesem Falle kleiner, also günstiger wird, während naturgemäß bei der vorliegenden Untersuchung der ungünstigere Fall zugrunde zu legen ist. Auch eine Einwirkung der Tenderstoßeinrichtung sei nicht gegeben.

Wenn das Fahrzeug mit seinem führenden Rade unter einem gewissen Winkel an die Bahnschiene anstößt, so muß seine Geschwindigkeitsrichtung eine Änderung erfahren durch Hinzutritt einer zur Schiene senkrechten Komponente. Die Arbeit, die dazu notwendig ist, kann in dreifacher Weise geleistet werden. Zunächst wird an der Berührungsstelle von Rad und Schiene eine örtliche Formänderung, eine Eindrückung, entstehen. Das ist der Vorgang des Stoßes. Die Eindrückungen werden bei dem harten Material, um das es sich hier handelt, außerordentlich klein, die Kräfte außerordentlich groß sein, dafür wird sich der Vorgang in kürzester Zeit — vielleicht hundertstel Sekunden — abspielen. Aus diesem Grunde ist es denkbar, daß auch in dem Falle, wo Stoßkräfte die durch die Gleichgewichtsbedingungen gegebenen Grenzen erheblich übersteigen, keine Entgleisung eintritt (vergl. dazu meine Ausführungen a. a. O., S. 5). — Dieser Stoßvorgang spielt sich aber nicht ab, ohne daß gleichzeitig auch die beteiligten Körper im ganzen eine Formänderung erfahren, das ergibt einen weiteren Kraftweg. Es biegt sich unter dem Stoßdruck die Schiene durch und verdreht sich, es geben die Befestigungsmittel der Schiene auf den Schwellen nach, ja die Schwellen selbst sind in der Bettung bis zu einem gewissen Grade elastisch nachgiebig gelagert. Allerdings sind diese Kräftewirkungen von der Lage der Angriffsstelle zu den Schwellen und Schienenstößen abhängig. Auf der anderen Seite ist auch der Rahmen des Fahrzeugs mehr oder weniger nachgiebig und ebenso werden die Berührungsstellen der einzelnen Fahrzeugteile, durch die der Kraftfluß hindurchgeht, sich unter wechselnder Kraft in verschiedenem Maß öffnen und schließen.

Der dritte Weg endlich, längs dessen die Kraft zur Erzeugung der im abgelenkten Fahrzeug enthaltenen Arbeit wirken kann, sind die zur elastischen Führung eines Fahrzeugs getroffenen besonderen Einrichtungen: die als „Rückstellvorrichtungen“ bezeichneten Einrichtungen an Lokomotiven und Wagen, deren Zweck aber weniger die „Rückstellung“ des auslenkbaren Gestells, als die elastische Führung des Fahrzeugs ist. Hier ist ein besonderer Weg für die Kraftübertragung vorgesehen. Die Wege sind daher hier so groß, daß die aus der Kraftwirkung „2. Ordnung“ (Schiene und Rahmen) folgenden praktisch nicht in Rechnung zu ziehen sind, wenn eine Rückstellvorrichtung vorhanden ist. Ebenso sind die Deformationen beim Stoßvorgang: „Wege 3. Ordnung“ gegen die Wege 2. Ordnung wohl zu vernachlässigen, schon deshalb, weil die Kräfte, wenn sich Wege 2. Ordnung darbieten, gar nicht so hoch steigen wie wenn die Drehung ausschließlich durch Stoß erteilt wird.

Die drei besprochenen Fälle sind in grundsätzlicher Beziehung für die mathematische Behandlung einander gleich. Lediglich das Gesetz für die Beziehung zwischen Kraft und Weg ist verschieden. (Allerdings kann bei den Kraftwirkungen 2. und 3. Ordnung die Kraftrichtung nicht wechseln, während bei Rückstellvorrichtungen die Kraft auch nach außen [vom Bogenmittelpunkt weg] gerichtet sein kann. Bei der für die Kraftwirkung in Betracht zu ziehenden Zeitperiode ist dies aber ohne Bedeutung.) Die Beziehung zwischen Kraft und Weg erfordert für den Fall 2: Durchbiegung von Schiene und Rahmen, besondere Untersuchungen, Unterlagen hierfür liegen aber z. Z. nicht vor. Ebenso erfordert der Stoßvorgang, falls er neben den erwähnten Kraftwirkungen in Betracht gezogen werden müßte, besondere

Untersuchungen über die Größe der Eindrückungen der beiden Körper an der Berührungsstelle und die dabei auftretenden Kräfte.

Die vorliegenden Untersuchungen behandeln ausschließlich den Fall der Führung durch eine elastische Rückstellvorrichtung. Der Fall der Rückstellvorrichtung ist ein sehr weit verbreiteter, da in der Gegenwart Schnellzuglokomotiven ausschließlich mit seitlich verschiebbarem Drehgestell oder mit schwenkbaren Laufachsen gebaut werden, die Güterzuglokomotiven großer Leistung vielfach ebenfalls mit Bisselachsen ausgestattet werden, und auch die Personenzugtenderlokomotiven an beiden Enden meist eine derartige elastische Führung haben. Zwischen Kraft und Weg soll Proportionalität angenommen werden, wie dies im allgemeinen zutrifft. Unter Berücksichtigung einer namentlich bei Federückstellung vorhandenen Vorspannung P_v gelte also die Formel 1):

Ausgeübte Kraft $P = f \delta + P_v \dots \dots \dots 1)$
wenn f der Ausschlag des Drehgestells (oder der verschiebbaren Achse) und δ die „Federstärke“, d. h., die einer Einsenkung (Durchbiegung) von einer Längeneinheit entsprechende Kraft ist. Besteht die Rückstellvorrichtung aus zwei hintereinander geschalteten Federn, deren jede sich unter der Belastung δ um 1 mm durchbiegt, so ist der Weg der Kraft im ganzen 2 mm , das auf die Rückstellvorrichtung im ganzen sich beziehende δ hat also nur den halben Betrag.

(Ist eine verschiebbare Achse mit Rückstellvorrichtung nicht vorhanden [Fall 2], so ergibt sich die Kraft aus dem Widerstand des Rahmens für 1 mm Durchbiegung δ_R und dem

der Schiene δ_S aus $\frac{P}{\delta_R} + \frac{P}{\delta_S} = f_R + f_S = f$

$$\text{zu } P = f \frac{\delta_R \delta_S}{\delta_R + \delta_S}, \dots \dots \dots 1a)$$

auch hier unter der Annahme der Verhältnissgleichheit zwischen Kraft und Weg.

Es muß übrigens hier erwähnt werden, daß es, auch wenn eine Rückstellvorrichtung nicht vorhanden ist, doch noch eine elastische Federwirkung bei der Drehbeschleunigung außer der Rahmen- und Schienendurchbiegung gibt: Das ist die Wirkung der Tragfedern der Lokomotive. Wie später näher erörtert wird, ist die Führungskraft nach dem Schwerpunkt der Lokomotive zu verlegen; sie bringt dort eine lineare Beschleunigung hervor. Der Lokomotivkörper braucht aber den Radsätzen nicht zwangläufig zu folgen, sondern kann, indem er sich auf den Tragfedern neigt, etwas zurückbleiben, natürlich nur so lange, als die Spielräume zwischen Achslagergehäusen und Rahmen dies zulassen. Auf die Drehung um die lotrechte Schwerpunktsachse sind die Tragfedern jedoch ohne Einfluß. Bei den großen Wegen, die eine besondere Rückstellvorrichtung bietet, kann der Einfluß der Tragfedern für die dynamischen Verhältnisse um so mehr außer Acht gelassen werden, als er im günstigen Sinne wirken würde. Außerdem folgt auch die im Kessel enthaltene Wassermasse nicht starr den Bewegungen des Kessels. Im großen ganzen wird aber doch die Bewegung der Wassermasse der des Kessels gleichgesetzt werden können.)

Nachdem wir die Beziehung zwischen Führungskraft und Weg erörtert, gehen wir zur Betrachtung der geometrischen Verhältnisse über. Jede Bewegung in der Ebene kann bekanntlich als eine Momentandrehung aufgefaßt werden. Der Mittelpunkt M auf der Fahrzeugachse (Projektion in der Bahnebene) für die Gleitdrehung braucht dabei keineswegs immer derselbe zu bleiben, er kann vielmehr seine Lage ändern, der Abstand $MA = x$ von der Fahrzeugspitze wird im allgemeinen also veränderlich sein. Die Drehung um M wird von der unter Rollen vor sich gehenden Fortbewegung (Geschw. v) über-

lagert. Unter Einbeziehung der letzteren ergibt sich die Gesamtbewegung des Fahrzeugs. Sie ist eine Kreisbewegung, deren jeweiliger Mittelpunkt dadurch gefunden wird, daß man auf der Fahrzeugachse in M das Lot errichtet (Abb. 1); der Halbmesser ist, wann ω' die augenblickliche Drehgeschwindigkeit der Fahrzeugachse bedeutet: $r' = \frac{v}{\omega'}$, der Mittelpunkt O' .

Die Gesamtgeschwindigkeiten an den einzelnen Punkten der Fahrzeugachse z. B. v_B von B stehen senkrecht auf dem

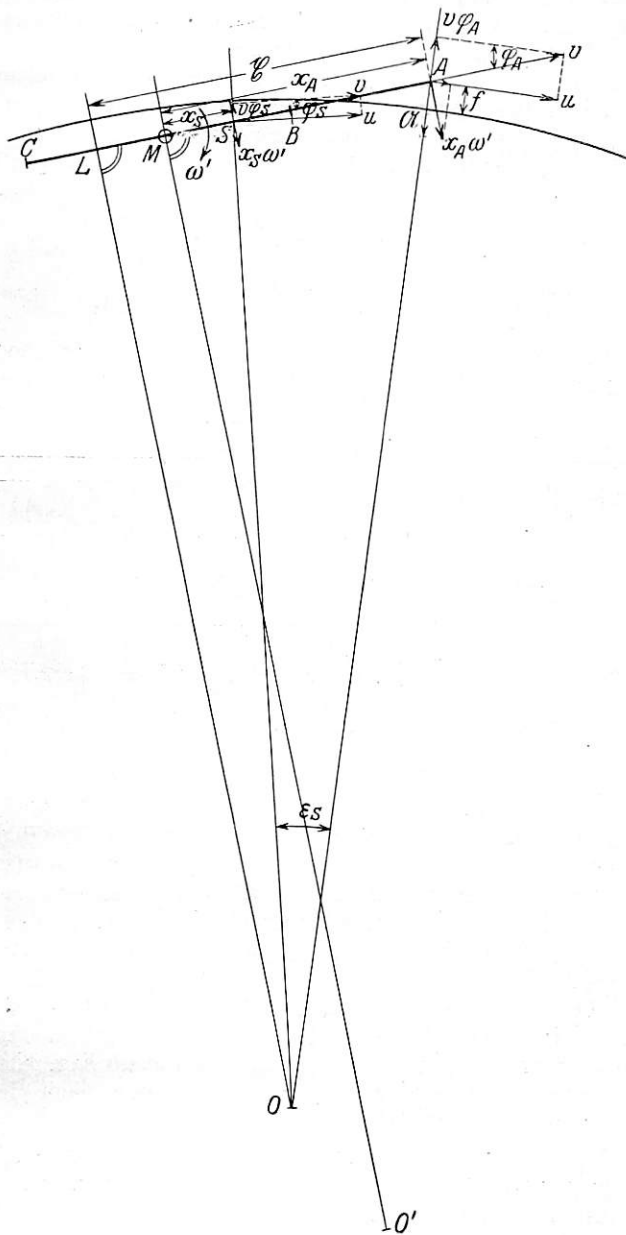


Abb. 1.

jeweiligen Fahrstrahl $O'B$. Die Komponenten in Richtung der Fahrzeugachse sind für alle Punkte natürlich $=v$, während die Komponenten senkrecht dazu $=x \omega'$, d. h. proportional dem Abstand von M sind. In M selbst ist keine solche Komponente vorhanden (darum ist es ja Mittelpunkt!).

Der Kreismittelpunkt O' wechselt seine Lage ständig, sowohl weil die Lage der Fahrzeugachse zur Bahntangente (Anlaufwinkel φ) wie auch, weil der Halbmesser r' sich ständig ändert. Er fällt also nicht etwa mit dem Bahnmittelpunkt O zusammen. Ein Lot aus letzterem auf die Fahrzeugachse wird den ebenfalls wandernden Fußpunkt L ergeben; $AL = r'$ legt, wenn noch $A\varphi = f$ bekannt ist, die augenblickliche Lage

der Fahrzeugachse in der Gleisbahn fest; (statt r und f könnte auch φ und f gegeben sein). Daraus lassen sich dann die Abstände der einzelnen Radsätze B, C vom äußeren Schienenstrang y_B, y_C , und $\sigma - y_C$ vom inneren Schienenstrang berechnen, was notwendig ist, um das Anlaufen weiterer Räder außer dem führenden festzustellen. Von dem Augenblick an, wo $y = 0$ oder $=\sigma$ wird, läuft die betreffende Achse am äußeren oder inneren Schienenstrang an. Die führende Einwirkung wird von da ab nicht mehr durch die Vorderachse allein ausgeübt, sondern es beteiligen sich weitere Achsen; diese sind im allgemeinen nicht mit elastischen Rückstellvorrichtungen versehen, so daß die oben besprochene Einwirkung unter Inanspruchnahme der Federung von Rahmen und Schiene eintritt. Da aber die zweite Achse erst hinzutritt, nachdem dem Fahrzeug durch die verschiebbare Achse bereits eine Drehgeschwindigkeit erteilt ist, führt dieser Fall nicht zu so großen Kräften, als wenn die Drehbewegung unter solchen Umständen eingeleitet wird. Erfahrungsgemäß werden Entgleisungen, die auf den Bogenlauf zurückzuführen sind, nie durch Räder, die an zweiter Stelle führen, eingeleitet; es steigt vielmehr immer das führende vordere Rad auf.

Nun wollen wir an die wichtige Aufgabe gehen, die Bewegung der Fahrzeugspitze A gegen das Gleis, d. h. die Veränderung des Abstandes $A\varphi = f$ in ihrer Abhängigkeit von der Zeit zu untersuchen, denn davon hängt ja die Änderung der führenden Kraft P ab. Für den verschiebbaren Radsatz A ist angenommen, daß er genau der Bahn folgt, die Masse des Radsatzes sei also vernachlässigt gegenüber der ungleich größeren des Lokomotivkörpers. Auch wenn die Führung nicht durch eine einzelne Achse (Adams-, Bissel-, oder parallel verschiebbare Achse), sondern durch ein zweiachsiges, mit Rückstellung versehenes Drehgestell erfolgt, sei von der Masse dieses Gestells abgesehen und es werde angenommen, daß die Stellung dieses Drehgestells zur Tangente im Anlaufpunkt (d. h. sein Anlaufwinkel) sich nicht ändere. Annähernd kann die hintere Achse des Drehgestells radial angenommen werden. Werden die Achsabstände y_B, y_C von einem Achse durch eine an der Stelle des Drehzapfens A gedachte Einzelachse berechnet, so sind die wirklichen Abstände von den Schienen um den Abstand dieser Achse größer.

Bezeichnungen. Übersicht I.

- r Gleishalbmesser.
- r' Veränderlicher Krümmungshalbmesser der wirklichen Bahnkurve des Fahrzeugs.
- x Abstand des augenblicklichen Drehpunktes M der Fahrzeugachse von der Fahrzeugspitze A.
- x_S Abstand des Schwerpunktes S vom Drehpunkt M.
- r Abstand des Fußpunktes L des aus dem Gleisbogenmittelpunkt O auf die Fahrzeugachse gefällten Lotes von der Fahrzeugspitze.
- s Abstand des Schwerpunktes S von der Fahrzeugspitze.
- f Ausschlag der Fahrzeugspitze gegen die Schiene ($A\varphi$).
- y_B, y_C Abstand der Achse (Radsatz) B, C vom äußeren Schienenstrang.
- σ Gesamtspielraum eines Radsatzes im Gleis.
- v Gleichmäßige Fortbewegungsgeschwindigkeit des Fahrzeugs durch Rollen.
- w Relativgeschwindigkeit der Fahrzeugpunkte auf dem Fahrstrahl.
- q Absolute Beschleunigung der Fahrzeugpunkte auf dem Fahrstrahl.
- ω Unveränderliche Drehgeschwindigkeit des Fahrstrahls OA in der Gleisbahn um den Bogenmittelpunkt O.
- $\omega' = \dot{\psi}$ Drehgeschwindigkeit der Fahrzeugachse um den augenblicklichen Drehpunkt M.
- ϑ Drehwinkel für erstere Drehung.

- ψ Drehwinkel für letztere Drehung.
- $\dot{\psi}$ Winkelbeschleunigung für die Drehung der Fahrzeugachse um M.
- t Zeit.
- φ Veränderlicher Anlaufwinkel der führenden Achse.
- φ_0 Anlaufwinkel zu Beginn der Drehbewegung.

Ohne Index, oder mit Index A, beziehen sich die Größen x, w, q, φ auf die Fahrzeugspitze A, mit Index s auf den Schwerpunkt.

Die Bewegung des Punktes A gegenüber dem mit der Winkelgeschwindigkeit ω sich drehenden Fahrstrahl OA ist eine Relativbewegung. Um sie zu erhalten, werden die absoluten Geschwindigkeiten des Punktes A in die Richtung des Fahrstrahls und senkrecht dazu zerlegt. Der Punkt A hat einerseits die in der Fahrzeugachse liegende Rollgeschwindigkeit v , andererseits die aus der Drehung um den Punkt M folgende Geschwindigkeit $x_A \omega'$ nach einwärts und senkrecht zur Fahrzeugachse.

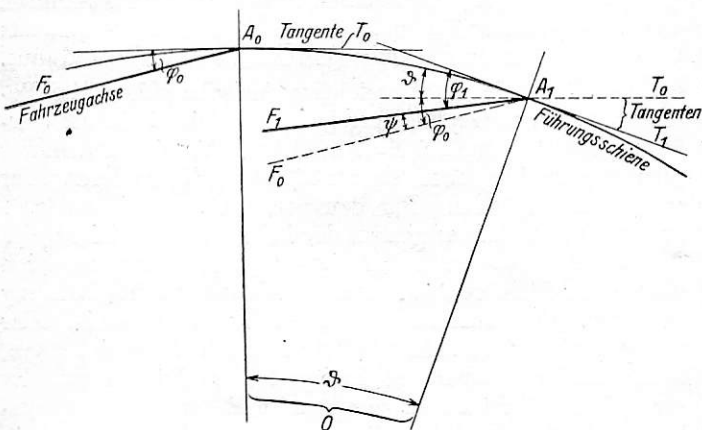


Abb. 2.

Daraus folgen, wie aus Abb. 1 leicht ablesbar, die Komponenten in Richtung des Fahrstrahls und senkrecht dazu:

$$w = v \varphi - x \omega' \quad \text{und} \quad u = v + x \omega' \varphi \cong v \dots 2)$$

w ist bei pos. Vorzeichen nach außen gerichtet angenommen. (Bei den kleinen Winkeln φ , um die es sich hier handelt, kann ohne weiteres die sin- und tg-Funktion gleich dem Bogen, die cos-Funktion = 1 gesetzt werden.)

Es bedarf nun noch einer Beziehung, wie sich der in den obigen Formeln auftretende Anlaufwinkel φ mit der Zeit ändert. Eine solche Beziehung ist aus der Abb. 2 leicht abzulesen. Es ist darin F_0 die Ausgangsstellung des Fahrzeugs mit dem Anlaufwinkel φ_0 gegen die Bogentangente, F_1 die Stellung, die das Fahrzeug nach der Zeit t einnimmt. In letzterer Stellung hat sich der Fahrstrahl OA um $\vartheta = \omega t$ gedreht, ebenso auch die Bogentangente und es ergibt sich die Beziehung:

$$\varphi = \varphi_0 + \vartheta - \psi = \varphi_0 + \omega t - \psi \dots 3)$$

wenn ψ den Winkelweg bezeichnet, den die Fahrzeugachse gegen ihre Ausgangsstellung zurückgelegt hat.

Nun ist die Geschwindigkeit w , mit der sich die Fahrzeugspitze A auf dem Fahrstrahl bewegt, identisch mit der Geschwindigkeit, mit der sich der Ausschlag (Weg) f ändert, und man erhält als Strahlggeschwindigkeit der Fahrzeugspitze

$$w_A = \frac{df}{dt} = v (\varphi_0 + \omega t - \psi) - x_A \omega' \dots 4)$$

Wir brauchen diese Geschwindigkeit auch noch für den Schwerpunkt S des Fahrzeugs. Der Anlaufwinkel, d. h. in diesem Falle der Winkel zwischen der Fahrzeuglängsachse und der Bahntangente im Punkte S, φ_S , ist um den konstanten Winkel ε ,

genügend genau durch $\frac{s}{r}$ ausgedrückt, kleiner als φ_A , wenn s den Abstand SA bezeichnet. Wird weiter der Abstand des Schwerpunktes vom Drehpunkt M mit x_S bezeichnet, so ist:

$$w_S = v \left(\varphi_0 - \frac{s}{r} + \omega t - \psi \right) - x_S \omega' \dots 4a)$$

Wenn wir später auf die Kräfte übergehen, brauchen wir die Beschleunigungen. Sie ergeben sich aus der Geschwindigkeit durch Differenzieren. Dabei ist nun zu beachten, dass nicht nur ω' , sondern auch die Größe x mit der Zeit veränderlich ist. Der Drehpunkt wird nämlich, wie im folgenden Abschnitt ausgeführt, ähnlich wie der statische Reibungsmittelpunkt, durch die Gesamtheit der wirkenden Kräfte bestimmt, die ja eben veränderlich sind. Demnach müßte streng mathematisch der zweite Differentialquotient lauten:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = v \omega - v \omega' - x \frac{d\omega'}{dt} - \omega' \frac{dx}{dt}$$

($\frac{d\psi}{dt}$ ist ja $= \omega'$; φ_0 ist konstant).

Die weitere Behandlung zeigt, daß, wenn x als veränderlich angesehen wird, die Lösung der Gleichungen unmöglich wird.

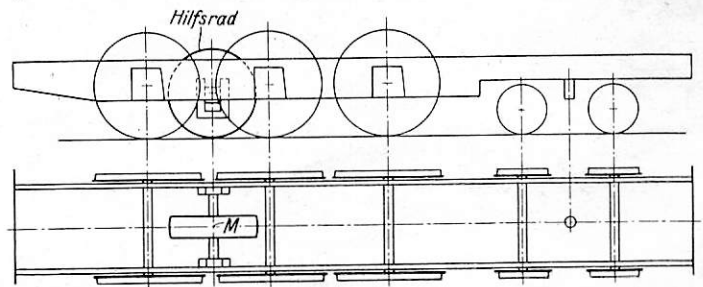


Abb. 3.

Man kann daher die Aufgabe nur in der Weise lösen, daß man in einem Näherungsverfahren die Rechnungen in Abschnitten durchführt, und in jedem Abschnitt x und die von x abhängigen Größen mit unveränderlichen mittleren Werten ansetzt. Je enger die Grenzen eines Abschnittes sind, um so genauer wird natürlich das Rechnungsergebnis. Wenn man einen auf der Fahrzeugachse für eine gewisse Zeitdauer unveränderlichen Drehpunkt der Vorstellung zugrunde legt, dann tritt natürlich an diesem eine (mit der Zeit veränderliche) Rückwirkung (Hilfskraft H) ein, die bei Aufstellung der Gleichungen berücksichtigt werden muß. Sie ist, wie die übrigen Kräfte, senkrecht zur Fahrzeugachse gerichtet, und nach innen angenommen (wie P und G).

Den diesem Näherungsverfahren entsprechenden Bewegungsvorgang könnte man sich durch folgende Einrichtung verwirklicht denken (Abb. 3):

In der Längsmittlebene des Fahrzeugs und zwar an der Stelle des festen Drehpunktes sei ein Rad von erheblichem Eigengewicht, also etwa in Form einer Walze angebracht. Die Achse dieses Rades ist parallel zu den Radsätzen im Unterstell des Fahrzeugs gelagert, jedoch in senkrechten Schlitzführungen, so daß das Rad vom Fahrzeuggewicht keinen Anteil übernimmt. Es ruhe auf einem ebenen Plattenbelag, der zwischen den Schienen parallel zur Bahnebene oder mit dieser zusammenfallend hergerichtet ist, in seiner ballig gedrehten Lauffläche auf; bei Fortbewegung des Fahrzeugs kann also das Hilfsrad auf der Plattenebene eine beliebige Kurve beschreiben. Dem Lauf geradeaus setzt das Hilfsrad keinen Widerstand entgegen (vom Rollwiderstand in Richtung der Fahrzeugachse abgesehen), ebenso kann das Fahrzeug ohne Behinderung die Drehung um M ausführen, denn der Unter-

stützungspunkt des Rades liegt ja in M oder der durch M gehenden Lotachse. Dagegen setzt das Rad einer seitlichen Verschiebung infolge seiner Reibung auf der Plattenunterlage einen Reibungswiderstand $\mu' Q_H$ entgegen, wenn μ' die Reibungsziffer zwischen Rad und Platte und Q_H das Gewicht des Rades ist. Demnach kann ein Seitenschub H nach innen oder nach außen bis zur Grenze $H = \mu' Q_H$, die ja durch genügend schwere Ausführung des Hilfsrades beeinflusst werden kann, auftreten, ohne daß das Rad seitlich ausweicht. Da das Rad mit seiner Masse wenig über die Drehachse des Fahrzeugs hinausragt, läßt sich von seinem Trägheitswiderstand gegen die Drehung absehen. Bei der Unterteilung in Abschnitte ist das Rad natürlich für jeden Abschnitt an einer anderen Stelle angebracht zu denken.

Die Stützkraft H wird jeweils einen Betrag annehmen, der dem Unterschied des für den festen Stützpunkt geltenden K-Wertes und des dem freien Gleichgewichts-Drehpunkt zugehörigen K-Wertes entspricht. (Bedeutung von K siehe w. u.)

Die Bahn des Hilfsrades auf der Plattenunterlage ist nicht etwa eine Gerade, denn die Fahrzeugachse hat ja in jedem Augenblick eine andere Richtung, sie ist vielmehr, nach den oben gegebenen Erläuterungen, eine Kurve mit

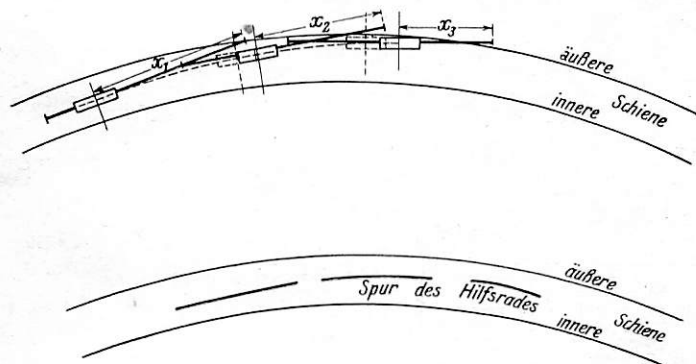


Abb. 4.

ständig kleiner werdendem Halbmesser (wegen der zunehmenden Drehgeschwindigkeit). Wird nach einem gewissen Zeitabschnitt das Hilfsrad an eine andere Stelle der Fahrzeugachse verlegt gedacht, so entsteht eine neue Spur (siehe Abb. 4).

Mit der Vereinfachung $x = \text{konst.}$ ergibt sich nun, weil $\frac{dx}{dt} = 0$:

$$\frac{d^2 f_A}{dt^2} = v \omega - v \omega' - x_A \frac{d \omega'}{dt} \dots \dots \dots 5)$$

und $\frac{d^2 f_S}{dt^2} = v \omega - v \omega' - x_S \frac{d \omega'}{dt} \dots \dots \dots 5a)$

Dies ist die Relativbeschleunigung längs des Strahles, wie sie von einem auf dem Fahrstrahl mitgeführten Beobachter festgestellt würde.

Um auf den absoluten Wert der Beschleunigung, wie er zur Berechnung der wirksamen Kräfte notwendig ist, zu kommen, muß zu dieser Relativbeschleunigung noch die Fahrzeugbeschleunigung, d. h. die Beschleunigung desjenigen Punktes auf dem Fahrstrahl, mit dem der Fahrzeugpunkt gerade zusammenfällt, hinzugefügt werden; das ist nichts anderes wie die Zentrifugalbeschleunigung $(r + f) \omega^2$, ebenfalls auf dem Fahrstrahl liegend aber nach einwärts gerichtet, also negativ. Von der Veränderlichkeit mit f kann bei dem großen Bahnhalbmesser r abgesehen und für die Zentrifugalbeschleunigung geschrieben werden: $-r \omega^2$ oder $-v \omega$, so daß sich für die absolute Beschleunigung des Punktes A da sich das Glied $v \omega$ weghebt, ergibt: $q_A = -v \omega' - x_A \frac{d \omega'}{dt}$, oder, wenn man von der üblichen Schreibweise, die Differential-

quotienten nach der Zeit durch Punkte zu bezeichnen, Gebrauch macht und demnach für $\omega' \dots \dots \dot{\psi}$ und für $\frac{d \omega'}{dt} \ddot{\psi}$ setzt:

$$q_A = -v \dot{\psi} - x_A \ddot{\psi} \text{ für Punkt A } \dots \dots \dots 6)$$

und

$$q_S = -v \dot{\psi} - x_S \ddot{\psi} \text{ „ „ „ S } \dots \dots \dots 6a)$$

Bei negativem Vorzeichen sind die Beschleunigungen nach einwärts zum Bogenmittelpunkt gerichtet. — Benötigt wird nur die Schwerpunktbeschleunigung q_S . Im ersten Glied auf der rechten Seite von q_S erkennen wir die bei der Kreisbewegung (mit einer Umfangsgeschwindigkeit v und einer Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$) auftretende Zentrifugalbeschleunigung. Das zweite Glied ist die lineare Schwerpunktbeschleunigung; die lineare Geschwindigkeit des Schwerpunktes ist ja $x_S \dot{\psi}$.

Der Fahrstrahl OA nach der Spitze des Fahrzeugs hat, wie oben bereits angegeben, bei gleichbleibender Rollgeschwindigkeit v eine nahezu unveränderliche Drehgeschwindigkeit. Die Beschleunigungen und damit die Kräfte in der Umfangsrichtung des Bogens oder nahezu in der Richtung der Fahrzeugachse sind also bedeutungslos. Das gleiche gilt von der bei der Relativbewegung auftretenden „zweiten Zusatzbeschleunigung“ oder „Coriolisbeschleunigung“. Diese ist das doppelte Produkt aus der gesamten Relativgeschwindigkeit (hier w) und der Winkelgeschwindigkeit ω , und steht senkrecht auf der durch die Drehachse und die Relativgeschwindigkeit gelegten Ebene, d. h. sie fällt hier in die Richtung der Bahntangente. Es ist also $q_u = 2 w_S \omega = 2 (v \varphi_S - x_S \omega') \omega$. Das liefert einen geringen Widerstand in der Fahrzeughängsachse, der für die vorliegende Untersuchung gegenstandslos ist.

Die Beschleunigung q_S liegt im Fahrstrahl OS, ist also nicht genau senkrecht auf der Fahrzeugachse. Die Winkelabweichung ist jedoch so unerheblich, daß die zur Fahrzeugachse senkrechten Komponenten den für die Fahrstrahlrichtung ermittelten Werten gleichgesetzt werden können. Die Komponenten in Richtung der Fahrzeugachse sind verschwindend, scheiden für die vorliegenden Untersuchungen auch aus.

II. Die Kräftegleichungen.

Es müssen nun die Kräfte besprochen werden, die außer der Führungskraft auf das Fahrzeug wirken. Wie aus früherem bekannt, treten, wenn sich ein Fahrzeug mit im Rahmen festgelagerten Radsätzen um einen in der Fahrzeughängsachse liegenden Punkt M dreht, (den „Reibungsmittelpunkt“), an den Auflagerstellen der Räder Reibungswiderstände auf, die senkrecht auf den Fahrstrahlen aus M stehen und der Drehung entgegengesetzte Richtung haben (s. Abb. 5), bei gleichem Raddruck Q und gleicher Reibungszahl μ ist dieser Widerstand überall $= \mu Q$. Die Summe der der Fahrzeugachse parallelen Komponenten dieser Kräfte ist $= 0$, wie leicht ersichtlich. Die Summe der dazu senkrechten Seitenkräfte ist

$$K = \sum_1^n \mu \cdot Q \frac{x - d_n}{\sqrt{(x - d_n)^2 + e^2}}$$

und muß durch eine ihr gleiche Führungskraft überwunden werden. Ferner muß die Momentengleichung für einen beliebigen Punkt der Ebene erfüllt sein. Für den Reibungsmittelpunkt lautet sie:

$$\mathfrak{M} = P x_k = \sum_1^n \mu Q \sqrt{(x - d_n)^2 + e^2}$$

Der Verlauf der \mathfrak{M} - und K-Werte ist in Abb. 8 für die Kuppelradsätze einer als Beispiel behandelten 2 C-Lokomotive bildlich dargestellt. Die \mathfrak{M} -Kurve ist, da die Abstände der mittleren Achse von der Vorder- und Hinterachse in dem gewählten Beispiel gleich sind (2,25 m), zur Mittelachse symmetrisch. Die K-Linie ist zum Mittelpunkt der Achsengruppe sym-

metrisch. Die linke Hälfte (gegen die hintere Achse) umfaßt die positiven, nach außen gerichteten K-Werte, die rechte die negativen. Bei Drehung der Achsgruppe um ihren Mittelpunkt ist $K=0$, das Moment \mathfrak{M} hat einen Kleinstwert. Die K-Linie nähert sich asymptotisch den zur Abszissenachse im Abstand $\pm 6 \mu Q$ parallelen Geraden.

Eine Tangente an die \mathfrak{M} -Kurve liefert, wie Heumann gefunden, im Schnittpunkt mit der Abszissenachse den Angriffspunkt der Kraft K, und in der Tangensfunktion ihres Neigungswinkels den Wert der Kraft K, so daß also $\text{tg}(M_1'A_1M_1) = K_1$; $M_1A_1 = x_K$, $M_1M_1' = \mathfrak{M}_1 = K_1 x_K$.

Die \mathfrak{M} -Kurve hat zwei vom Ordinatenanfangspunkt (Mittelpunkt der Achsgruppe) ausgehende Asymptoten unter einem Winkel, dessen trigonometrische Tangente $= 6 \mu Q$ ist.

Die K-Linie ist wegen der Ungenauigkeit des Ziehens der Tangente an die \mathfrak{M} -Linie unmittelbar aus den einzelnen Komponenten zusammengesetzt worden. Außer der \mathfrak{M} - und K-Linie ist noch der Verlauf der Reibungsmomente \mathfrak{M}_A um den Drehzapfen A als Angriffspunkt der Führung dargestellt.

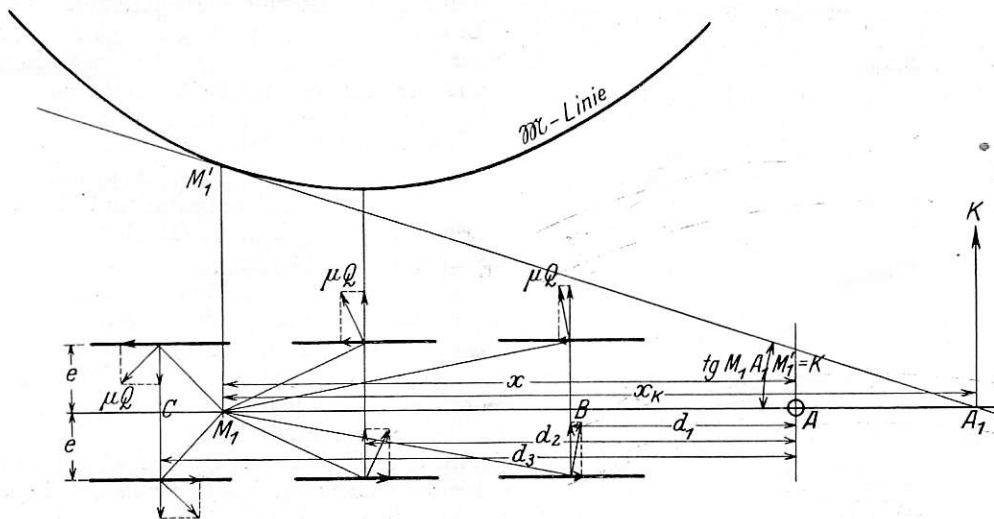


Abb. 5.

Bezeichnungen. Übersicht II.

- P Gesamte auf die Fahrzeugspitze ausgeübte Kraft, herrührend von der Rückstellvorrichtung (oder Schienen- und Rahmenspannung).
- K Summe der Komponenten der Reibungswiderstände senkrecht zur Fahrzeugachse.
- G Gewichtskomponente des Lokomotivgewichtes (ohne Drehgestell) aus der Gleisüberhöhung.
- M Masse des Lokomotivkörpers (ohne Drehgestell).
- H Stützkraft am festen Drehzapfen M.
- \mathfrak{J}_S Trägheitsmoment des Lokomotivkörpers für eine durch den Schwerpunkt S gehende Lotachse.
- \mathfrak{J}_M desgl. für eine durch den Drehpunkt M gehende Lotachse.
- P_v Vorspannung der Rückstellfeder.
- δ Federstärke (Kraft: Durchbiegung).
- \mathfrak{M} Summe der Momente der Reibungskräfte für den Drehpunkt M.
- \mathfrak{M}_A desgl. für den Angriffspunkt A der Führungskraft.

Zu den Reibungskräften kommt noch die aus der Gleisüberhöhung in der Kurve folgende Komponente des Gewichtes hinzu, die mit G bezeichnet sei, sie greift im Schwerpunkt der Lokomotive an und hat, wenn G_L das Lokomotivgewicht (ohne das vernachlässigte Drehgestellgewicht), h die Überhöhung und $2e$ die Spurweite bezeichnet, den Wert $G = -G_L \frac{h}{2e}$, nach einwärts gerichtet, daher negativ.

Außer diesen statischen Kräften, treten nun beim vorwärtigen Problem noch dynamische, d. h. aus der Änderung der Bewegung folgende Kräfte auf.

Wenn auf einen Körper außerhalb des Schwerpunktes eine Kraft P wirkt, so ist diese bekanntlich nach dem Schwerpunkt zu verlegen, sie ruft eine Beschleunigung q_s der ganzen Körpermasse M hervor, wobei $P = Mq_s$. Durch die Verlegung ergeben sich zwei Momente. Eines, mit dem Betrag $P \cdot s$, (wenn s den in der Bahnebene gemessenen Abstand der durch den Schwerpunkt gehenden Lotachse vom Angriffspunkt bezeichnet), dreht das Fahrzeug um diese Lotachse. Die Wirkung ist $P \cdot s = \mathfrak{J}_S \cdot \ddot{\psi}$. Das zweite Moment im Ausmaß $P \cdot h$, wenn h die Höhenlage des Schwerpunktes über der Bahnebene ist, sucht die Lokomotive in einer Querebene zu drehen und bewirkt eine Belastung der äußeren und eine Entlastung der inneren Lokomotivseite. Es tritt dabei eine Bewegung des Lokomotivkörpers auf den Tragfedern ein. Von der Berücksichtigung dieser Wirkung wird, wie schon oben erwähnt abgesehen. Lediglich aus den dynamischen Kräften ergeben

sich daher, wenn q_s durch $-v \dot{\psi} - x_S \ddot{\psi}$ (Formel 6a) ausgedrückt wird, die Gleichungen:

$$-P + M(v \dot{\psi} + x_S \ddot{\psi}) = 0 \text{ und } Ps - \mathfrak{J}_S \cdot \ddot{\psi} = 0.$$

Bezüglich der Vorzeichen sei bemerkt, daß der aus der Beschleunigung hervorgehende Trägheitswiderstand mit einem der Beschleunigung entgegengesetzten Vorzeichen versehen werden muß.

Wir können nun die Grundgleichungen des Problems anschreiben. Zunächst läßt sich durch Vereinigung von Gl. 1 u. 4 eine Beziehung für die zeitliche Veränderung der durch die Rückstellfeder hervorgerufenen Führungskraft P aufstellen.

Da $P = f \delta + P_v$ und $\frac{df}{dt} = v(\varphi_0 + \omega t - \psi) - x \dot{\psi}$, wird

nach Differenzieren der ersten Gleichung erhalten

$$\frac{dP}{dt} = \delta \frac{df}{dt} = \delta v(\varphi_0 + \omega t - \psi) - \delta x \dot{\psi} \dots 7)$$

Weitere zwei Gleichungen liefern die Bedingungen für das Gleichgewicht von Kräften in der Ebene: Die Summe der Projektionen in der Richtung senkrecht zur Fahrzeugachse muß 0 sein, und die Summe der Momente für einen beliebigen Punkt der Ebene muß 0 sein. Als Bezugspunkt für die Momente kann sowohl der Schwerpunkt S wie der Drehpunkt M gewählt werden. In Richtung der Fahrzeugachse sind die Kräfte an sich = 0. Unter Berücksichtigung der am fest angenommenen Drehpunkt auftretenden Stützkraft H lauten die Gleichungen (s. hierzu Abb. 6):

I. $P = \delta v (\varphi_0 + \omega t - \psi) - \delta x \cdot \dot{\psi} = 0 \dots\dots 7)$

II. $-P + K - G - H + M(v\dot{\psi} + x_S\ddot{\psi}) = 0 \dots 8)$

III. $P \cdot s - K(x_K - x_S) - Hx_S - \mathfrak{S}_S\dot{\psi} = 0 \dots\dots 9)$
für $K(x_K - x_S)$ kann $\mathfrak{M} - Kx_S$ gesetzt werden.

Die vorstehenden Gleichungen bilden ein System von drei simultanen Differentialgleichungen. Abhängige Variable sind P, H und ψ , unabhängige Variable ist die Zeit t. — x ist ein Festwert, damit auch \mathfrak{M} und K.

Bevor an die Lösung gegangen wird sei noch auf einen Sonderfall der Gleichungen II und III hingewiesen. Wenn die Reibung vernachlässigt werden kann ($\mathfrak{M} = 0, K = 0$), und ein fester Drehpunkt nicht gegeben ist ($H = 0$) so gilt für den Anfang der Bewegung ($\psi = 0$):

$-P + Mx_S \cdot \dot{\psi} = 0$ und $P \cdot s - \mathfrak{S}_S \cdot \ddot{\psi} = 0.$

Durch Ausfällen von P ergibt sich

$(-\mathfrak{S}_S + Mx_S \cdot s) \cdot \ddot{\psi} = 0$

und daraus $x_S = \frac{J_S}{M \cdot s}$. Das ist bekanntlich der Abstand des

„Stoßmittelpunktes“ vom Schwerpunkt, d. h. desjenigen Punktes, um den sich ein freier Körper dreht, wenn im Abstand s vom Schwerpunkt eine Kraft angreift. Die Lage des

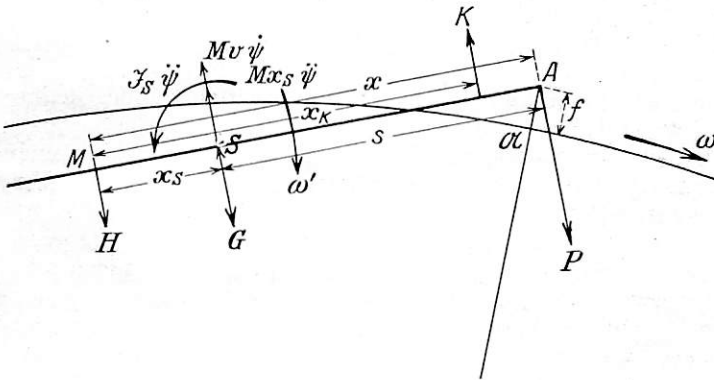


Abb. 6.

Stoßmittelpunktes ist unabhängig von der Größe der Kraft. Im vorliegenden Falle besteht gegenüber dem gewöhnlich betrachteten Stoßfalle der Unterschied, daß der Körper eine Kreisbewegung beschreibt, so daß eine Fliehkraft $Mv\dot{\psi}$ auftritt. Die Formel für den Stoßmittelpunkt gilt daher nur wenn die Fliehkraft ebenso wie die Reibung = 0 oder sehr klein ist.

III. Verfahren zur Lösung der Grundgleichungen.

Zur Lösung der Differentialgleichungen wird folgender Weg eingeschlagen:

In Gleichung II und III kommt die Unbekannte H vor, man kann sie ausfällen und erhält dann die Gleichung IIIa, die die Momentengleichung für den Drehpunkt M darstellt und auch unmittelbar hätte angeschrieben werden können.

$P(x_S + s) - \mathfrak{M}_M + Gx_S - Mx_S(v\dot{\psi} + x_S\ddot{\psi}) - \mathfrak{S}_S\dot{\psi} = 0$ oder unter Beachtung, daß $x_S + s = x$, $Mx_S^2 + \mathfrak{S}_S = \mathfrak{S}_M$ (Trägheitsmoment für eine durch M gehende Achse, wenn die Lokomotive als Parallelepiped betrachtet wird):

IIIa $Px - \mathfrak{M}_M + Gx_S - Mx_S \cdot v\dot{\psi} - \mathfrak{S}_M \cdot \ddot{\psi} = 0 \dots 10)$

Gleichung 10 enthält die abhängige Variable P außer ψ und seinen Ableitungen, Gleichung 7 den ersten Differentialquotienten von P..... \dot{P} ($= \frac{dP}{dt}$). Um eine einheitliche

Gleichung zwischen ψ und seinen Ableitungen herzustellen, muß P aus den Gleichungen ausgefällt werden. Dazu ist es notwendig, Gleichung 10 nach t zu differenzieren:

$\dot{P} = M \frac{x_S}{x} v \ddot{\psi} + \mathfrak{S}_M \frac{1}{x} \cdot \ddot{\psi} \dots\dots 11)$

(Man beachte, daß x und damit auch die Summe der Reibungsmomente \mathfrak{M} und Reibungskomponenten K als unveränderlich angenommen wurde; damit ist auch x_S und \mathfrak{S}_M ein Festwert).

Aus der Gleichsetzung der Werte für \dot{P} in Gleichung 7) und 11) ergibt sich

$M \frac{x_S}{x} v \ddot{\psi} + \frac{\mathfrak{S}_M}{x} \ddot{\psi} = \delta v (\varphi_0 + \omega t - \psi) - \delta x \dot{\psi}$

oder nach den Differentialquotienten geordnet:

$\frac{\mathfrak{S}_M}{x} \ddot{\psi} + M \frac{x_S}{x} v \ddot{\psi} + \delta x \dot{\psi} + \delta v \psi - \delta v \omega t - \delta v \varphi_0 = 0 \dots 12)$

Werden die Festwerte der einzelnen Glieder mit $a_1 a_2 \dots$ bezeichnet, so lautet die Gleichung:

$a_1 \ddot{\psi} + a_2 \dot{\psi} + a_3 \psi + a_4 t - a_5 = 0 \dots\dots 12a)$

Das ist die Gleichung, die den betrachteten Bewegungsvorgang mathematisch darstellt. Es ist eine lineare Differentialgleichung dritter Ordnung zwischen der Winkeldrehung der Fahrzeugachse ψ , und der Zeit t als unabhängiger Variabler. Letztere tritt nicht nur in den Differentialquotienten, sondern auch in algebraischer Form, — $a_5 t$ — auf und bildet mit dem konstanten Glied a_6 zusammen das sogenannte „Störungsglied“.

In den vorstehenden Ausführungen ist stillschweigend angenommen worden, daß nur an einer Stelle, nämlich am Drehzapfen A, eine führende Kraft auftritt. Wenn diese führende Einwirkung durch eine besondere Rückstellvorrichtung übertragen wird, kann die Auslenkung des Fahrzeugrahmens so groß werden, daß außer der Vorderachse noch eine weitere, im Hauptrahmen fest gelagerte Achse anläuft, die unter Durchbiegung von Schiene und Rahmen an der Führung teilnimmt. Es kann angenommen werden, daß bei der Größenordnung der Wege und Kräfte an den beiden führenden Stellen nur der durch die unmittelbare Führung bewirkte Beschleunigungsverlauf betrachtet zu werden braucht, und die Krafteinwirkung an der Rückstellrichtung während dieses im allgemeinen ja äußerst kurzen Vorganges als unveränderlich angesehen werden kann mit dem Betrag, den sie beim Hinzutreten der zweiten Achse zur Führung erreicht hat. Mathematisch würden übrigens, wenn die Führung an zwei Stellen statt an einer einzigen veränderlich in Rechnung gestellt wird, keine Schwierigkeiten entstehen. Es käme nur für die neue Unbekannte der führenden Einwirkung am Rade B: P_B bzw. für deren Differentialquotienten: \dot{P}_B eine Gleichung von derselben Form wie für P_A hinzu.

Die Lösung der oben angegebenen Differentialgleichung bietet keine mathematischen Schwierigkeiten. Man hat zunächst die Lösung der homogenen Gleichung (ohne Störungsglied): $a_1 \psi + a_2 \dot{\psi} + a_3 \psi + a_4 \psi = 0$ zu suchen. Die Lösung stellt sich dar als eine dreigliederige Summe der Exponentialfunktion $e^{\kappa t}$:

$\psi = A_1 e^{\kappa_1 t} + A_2 e^{\kappa_2 t} + A_3 e^{\kappa_3 t}.$

Darin sind A_1, A_2, A_3 Konstante, die aus den Anfangsbedingungen der Aufgabe zu bestimmen sind, während $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ die Wurzeln der sogenannten Hauptgleichung:

$a_1 \kappa^3 + a_2 \kappa^2 + a_3 \kappa + a_4 = 0 \dots\dots 13)$

sind, die in diesem Fall vom dritten Grad ist.

Die Lösung der vollständigen Gleichung geht aus der obigen (13) dadurch hervor, daß man ein weiteres Glied in Gestalt einer algebraischen Funktion gleichen Grades wie das Störungsglied mit den zunächst unbekanntenen Konstanten A_4 und A_5 hinzufügt, also schreibt:

$\psi = A_1 e^{\kappa_1 t} + A_2 e^{\kappa_2 t} + A_3 e^{\kappa_3 t} + A_4 t + A_5.$

Die Konstanten A_4 und A_5 bestimmen sich dadurch, daß $(\psi) = A_4 t + A_5$ eine Teillösung ist, die die Differential-

gleichung für sich befriedigen muß. Bildet man also $(\dot{\psi}) = A_4$, $(\ddot{\psi}) = 0$, $(\psi) = 0$ und setzt diese Werte in die Differentialgleichung 12a ein, so ergibt sich:

$$a_3 A_4 + a_4 A_4 t + a_4 A_5 - a_5 t - a_6 = 0.$$

Damit diese Gleichung erfüllt wird, muß sein:

$$a_4 A_4 = a_5, \text{ also } A_4 = \frac{a_5}{a_4} = \frac{\delta v \omega}{\delta v} = \omega$$

und

$$A_5 = \frac{a_6}{a_4} - \frac{a_3}{a_4} \omega = \frac{\delta v \varphi_0}{\delta v} - \frac{\delta x}{\delta v} \omega = \varphi_0 - \frac{x \omega}{v}.$$

Mithin lautet die vollständige Lösung:

$$\psi = A_1 e^{\kappa_1 t} + A_2 e^{\kappa_2 t} + A_3 e^{\kappa_3 t} + \omega t + \varphi_0 - \frac{x \omega}{v} \dots 14)$$

Diese Gleichung gibt für jeden Zeitpunkt t den von der Fahrzeugachse aus ihrer Anfangslage zurückgelegten Drehwinkel an. Will man die Geschwindigkeit und Beschleunigung erfahren, so hat man die Gleichung nach t zu differenzieren und erhält dann:

$$\dot{\psi} = \kappa_1 A_1 e^{\kappa_1 t} + \kappa_2 A_2 e^{\kappa_2 t} + \kappa_3 A_3 e^{\kappa_3 t} + \omega \dots 15)$$

$$\ddot{\psi} = \kappa_1^2 A_1 e^{\kappa_1 t} + \kappa_2^2 A_2 e^{\kappa_2 t} + \kappa_3^2 A_3 e^{\kappa_3 t} \dots 16)$$

Bestimmung der Integrationskonstanten. Da die Differentialgleichung dritter Ordnung ist, enthält die Lösung drei Integrationskonstante A_1, A_2, A_3 , zu deren Bestimmung drei Anfangsbedingungen gegeben sein müssen. Das ist auch der Fall. Der Winkelweg ψ wird von der Lage ab, in der die Drehung beginnt, gezählt, ist also für $t = 0$ ebenfalls = 0. Weiterhin ist in diesem Augenblick auch die Drehgeschwindigkeit $\dot{\psi} = 0$. Die Beschleunigung $\ddot{\psi}$ braucht im allgemeinen nicht = 0 zu sein; sie ist nur dann = 0, wenn die führende Einwirkung P von 0 ab wächst, (d. h. wenn keine Vorspannung vorhanden oder wenn die zur Überwindung der Reibung der Räder nötige statische Führungskraft die Vorspannung übersteigt). Andernfalls läßt sie sich aus dem bekannten Anfangswert von P berechnen, wie im Zahlenbeispiel S. 281 näher erläutert ist. Der Anfangswert sei daher mit ψ_0 bezeichnet.

Da wir auch den Zeitverlauf vom Beginn der Bewegung ab zählen wollen, ist $t = 0$ für die Anfangsbedingungen. Die Gleichungen 14 bis 16 lauten dann für den Beginn der Bewegung, da ja $e^0 = 1$ ist:

$$A_1 + A_2 + A_3 = -\varphi_0 + \frac{x \omega}{v} \dots 17)$$

$$A_1 \kappa_1 + A_2 \kappa_2 + A_3 \kappa_3 = -\omega \dots 18)$$

$$A_1 \kappa_1^2 + A_2 \kappa_2^2 + A_3 \kappa_3^2 = \ddot{\psi}_0 \dots 19)$$

Die Glieder auf der rechten Seite der Gleichungen seien mit τ_1, τ_2 und τ_3 bezeichnet.

Wenn, wie oben bereits erwähnt, der Vorgang in Teilabschnitte zerlegt wird, mit verschiedenen x-Annahmen, so kann zwar für jeden Teilabschnitt die Zeit wieder von 0 ab gezählt werden, was sich zur Vereinfachung empfiehlt, die übrigen Werte $\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}$ haben aber eine bestimmte Größe erlangt, die sich aus den Gleichungen für den vorhergehenden Teilabschnitt berechnet. Daher nehmen die τ -Werte im allgemeinen Fall für den n-ten Abschnitt folgende Form an:

$$\left. \begin{aligned} (\tau_1)_n &= \psi_{n-1} - \varphi_{n-1} + \frac{x_n \omega}{v} \\ (\tau_2)_n &= \dot{\psi}_{n-1} - \omega \\ (\tau_3)_n &= \ddot{\psi}_{n-1} \end{aligned} \right\} \dots 20)$$

Die Gleichungen 17) bis 19) stellen drei lineare Gleichungen mit den drei Unbekannten A_1, A_2, A_3 vor; sie werden bekanntlich auf übersichtliche Weise mit Determinanten gelöst.

Die Unbekannten ergeben sich als Brüche mit dem gemeinsamen Nenner:

$$D_0 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \kappa_1 & \kappa_2 & \kappa_3 \\ \kappa_1^2 & \kappa_2^2 & \kappa_3^2 \end{vmatrix}$$

oder:

$$D_0 = \kappa_2 \kappa_3 (\kappa_3 - \kappa_2) - \kappa_1 \kappa_3 (\kappa_3 - \kappa_1) + \kappa_1 \kappa_2 (\kappa_2 - \kappa_1) \dots 21)$$

Die voneinander verschiedenen Zählerdeterminanten entstehen aus der obigen dadurch, daß die erste, zweite bzw. dritte senkrechte Reihe durch die rechts vom Gleichheits-

zeichen stehende Reihe τ_1, τ_2, τ_3 ersetzt wird. Werden sie der

Reihe nach mit D_1, D_2, D_3 bezeichnet, so ist

$$A_1 = \frac{D_1}{D_0}; A_2 = \frac{D_2}{D_0}; A_3 = \frac{D_3}{D_0} \dots 22)$$

Darin ist:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= + \tau_1 \kappa_2 \kappa_3 (\kappa_3 - \kappa_2) - \tau_2 (\kappa_3^2 - \kappa_2^2) + \tau_3 (\kappa_3 - \kappa_2) \\ D_2 &= - \tau_1 \kappa_1 \kappa_3 (\kappa_3 - \kappa_1) + \tau_2 (\kappa_3^2 - \kappa_1^2) - \tau_3 (\kappa_3 - \kappa_1) \\ D_3 &= + \tau_1 \kappa_1 \kappa_2 (\kappa_2 - \kappa_1) - \tau_2 (\kappa_2^2 - \kappa_1^2) + \tau_3 (\kappa_2 - \kappa_1) \end{aligned} \right\} \dots 23)$$

IV. Erörterung der Lösung.

Da das konstante Glied der „Hauptgleichung“ 13 $\frac{a_4}{a_1}$ (nach Division mit a_1) = $\frac{\delta v x}{\sum M}$ stets positiv ist, so muß,

wie aus der Zerlegung der Gleichung dritten Grades in ihre Wurzelfaktoren hervorgeht, mindestens eine reelle negative Wurzel vorhanden sein. Die anderen zwei Wurzeln können ebenfalls reell sein und müssen dann ebenfalls negatives Vorzeichen haben, oder sie können komplex sein. Sind alle drei Wurzeln negativ und reell, dann handelt es sich um einen der aperiodischen gedämpften Schwingung entsprechenden Bewegungsvorgang. Ist ein komplexes Wurzelpaar vorhanden, so besteht der Vorgang aus einer Schwingung mit veränderlicher Amplitude, der sich eine aperiodisch auf 0 abnehmende Bewegung überlagert.

Welcher der beiden Fälle vorliegt, hängt von den besonderen Verhältnissen einer bestimmten Aufgabe ab. Im allgemeinen erscheint es mir auf Grund der durchgerechneten Beispiele wahrscheinlich, daß unter üblichen Verhältnissen der letztbesprochene Fall eintritt; dabei fällt unter normalen Umständen das reelle Glied der komplexen Wurzeln negativ aus, d. h. die Schwingung ist eine gedämpfte, die Ausschläge nehmen ab.

Im übrigen ist natürlich auch hier darauf hinzuweisen, daß die Lösung der Gleichungen auf der Unveränderlichkeit von x, M und K beruht, somit nur näherungsweise in engbegrenzten Abschnitten gilt. Der gesamte Verlauf wird also durch einzelne aneinandergereihte Kurvenstücke dargestellt, die zusammen einen anders gearteten Charakter haben können als es der für den einzelnen Abschnitt geltenden Formel entspricht. So könnte in einem Abschnitt auch eine Schwingung mit zunehmender Amplitude vorhanden sein.

Für den gewöhnlichen Fall komplexer Wurzeln lassen sich die Exponentialfunktionen in die gebräuchlicheren Kreisfunktionen umformen:

Es ist mit komplexem Wurzelpaar $\beta \pm \gamma i$ und der reellen Wurzel α Gleichung 14:

$$\psi = A_1 e^{\alpha t} + A_2 e^{(\beta + \gamma i)t} + A_3 e^{(\beta - \gamma i)t} + \omega t + \varphi_0 - \frac{x \omega}{v}.$$

Das läßt sich umformen zu

$$\psi = A_1 e^{\alpha t} + e^{\beta t} \left((A_2 + A_3) \cos(\gamma t) + i(A_2 - A_3) \sin(\gamma t) \right) + \omega t + \varphi_0 - \frac{x \omega}{v}$$

weil

$$A_2 e^{i\gamma t} = A_2 \cos(\gamma t) + i A_2 \sin(\gamma t)$$

und

$$A_3 e^{-i\gamma t} = A_3 \cos(\gamma t) - i A_3 \sin(\gamma t).$$

Für $A_2 + A_3$ und $i(A_2 - A_3)$ seien die neuen Konstanten B und C eingeführt, für A_1 werde kurzweg A geschrieben. Somit ist

$$\psi = A e^{\alpha t} + e^{\beta t} (B \cos(\gamma t) + C \sin(\gamma t)) + \omega t + \varphi_0 - \frac{x \omega}{v} \quad . . \quad 24)$$

In gleicher Weise lassen sich auch die Gleichungen 15) und 16) umformen:

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= A_1 \alpha e^{\alpha t} + (\beta + \gamma i) A_3 e^{(\beta + \gamma i)t} + (\beta - \gamma i) A_3 e^{(\beta - \gamma i)t} + \omega \\ &= A_1 \alpha e^{\alpha t} + e^{\beta t} [(\beta + \gamma i) A_2 (\cos(\gamma t) + i \sin(\gamma t)) + \\ &\quad + (\beta - \gamma i) A_3 (\cos(\gamma t) - i \sin(\gamma t))] + \omega \end{aligned}$$

$$\dot{\psi} = A \alpha e^{\alpha t} + e^{\beta t} [(\beta B + \gamma C) \cos(\gamma t) - (\gamma B - \beta C) \sin(\gamma t)] + \omega \quad . . \quad 25)$$

ferner

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} &= A_1 \alpha^2 e^{\alpha t} + (\beta + \gamma i)^2 A_3 e^{(\beta + \gamma i)t} + (\beta - \gamma i)^2 A_3 e^{(\beta - \gamma i)t} \\ &= A_1 \alpha^2 e^{\alpha t} + e^{\beta t} [(\beta + \gamma i)^2 A_2 (\cos(\gamma t) + i \sin(\gamma t)) + \\ &\quad + (\beta - \gamma i)^2 A_3 (\cos(\gamma t) - i \sin(\gamma t))] \\ \ddot{\psi} &= A \alpha^2 e^{\alpha t} + e^{\beta t} [(\beta^2 - \gamma^2) B + 2 \beta \gamma C) \cos(\gamma t) + \\ &\quad + (\beta^2 - \gamma^2) C - 2 \beta \gamma B) \sin(\gamma t)] \quad \quad 26) \end{aligned}$$

Schließlich sei noch der Ausdruck für die Relativgeschwindigkeit w angefügt:

Es ist $w = v(\varphi_0 + \omega t - \psi) - x \dot{\psi}$. Siehe Gleichung 4).

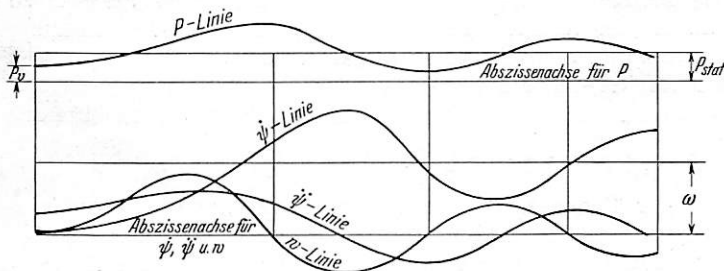


Abb. 7.

Setzt man darin die gefundenen Ausdrücke für ψ und $\dot{\psi}$ ein, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$w = -A e^{\alpha t} (v + \alpha x) - e^{\beta t} [((v + \beta x) B + \gamma x C) \cos(\gamma t) + ((v + \beta x) C - \gamma x B) \sin(\gamma t)] \quad \quad 27)$$

Für den Anlaufwinkel φ findet man unter Benützung der Gleichung 3: $\varphi = \varphi_0 + \omega t - \psi$:

$$\varphi = \frac{x \omega}{v} - A e^{\alpha t} - e^{\beta t} (B \cos(\gamma t) + C \sin(\gamma t)) \quad . . \quad 28)$$

An Stelle der zusammengesetzten Schwingung läßt sich bekanntlich eine einfache Sinusschwingung setzen, aus der dann die Phasenverschiebung der einzelnen Größen gegeneinander hervorgeht. Auf die Umformung sei aber hier verzichtet.

Die Schwingungsdauer des schwingenden Bewegungsanteils ist bei allen Größen ψ , $\dot{\psi}$, $\ddot{\psi}$, w usw. gleich und beträgt

$$T = 2 \frac{\pi}{\gamma}$$

Die Überlagerung durch die in der Exponentialfunktion dargestellte aperiodische Bewegung bewirkt natürlich eine Veränderung der Periode der Gesamtbewegung. Doch nehmen die der aperiodischen Bewegung angehörenden Größen wegen der großen Werte von $-\alpha$ rasch ab und sind im späteren Verlauf der Schwingung zu vernachlässigen.

Wie die Bewegung verlaufen würde, wenn die Formeln in genügend weiten Grenzen als gültig angesehen werden könnten, ist schematisch in Abb. 7 dargestellt. Es ist wohl erlaubt,

darin auch einigermaßen ein Bild des tatsächlichen Bewegungsvorganges zu sehen. Dabei ist von der inneren Reibung der Blattfederrückstellung abgesehen, die Kurven sind also ohne Sprung fortgesetzt. Der Winkelweg ψ Gleichung 24 wächst wegen des Gliedes ωt ununterbrochen bis zum Ende der Bahnkrümmung. Gegenüber diesem gleichmäßig zunehmenden Weg ωt eilt die Drehung bald etwas vor, bald bleibt sie etwas zurück, weshalb sich die Kurve für ψ um die durch den Nullpunkt gehende Gerade $\psi = \omega t$ herumschlingelt (in Abb. 7 nicht dargestellt).

Die Relativgeschwindigkeit w nimmt sowohl positive, wie negative Werte an, sie erreicht zwischen dem Beginn des Vorganges und dem größten Ausschlag f_{\max} einen nach auswärts gerichteten Größtwert, bei f_{\max} ist $w = 0$, die Fahrzeugspitze geht wieder nach einwärts. Die Mittellage der Fahrzeuglängsachse ist aber nicht etwa die durch den Zapfen des Drehgestells bestimmte mit $f = 0$. Vielmehr ist derjenige Ausschlag die Schwingungsmitte, der eine Kraft P_{stat} liefert, die dem statischen Gleichgewicht der Kräfte entspricht, also dem nach Abklingen der Schwingung eintretenden Beharrungszustand. Dementsprechend schwingt auch P nicht um 0, sondern um eben diesen Wert P_{st} , wie man aus der Gleichung 8 erkennt, wenn man $\dot{\psi}$ und $\ddot{\psi}$ als Funktion der Zeit ausdrückt und $t = \infty$ setzt. Es wäre denkbar, daß die Schwingungsauslässe unter besonderen Verhältnissen so groß werden, daß auch die Lage $f = 0$ überschritten wird, die Schwingung also über die Drehgestellmitte nach innen hinüberführt. Dann wird aber eine sehr energische Gegenkraft ausgelöst, denn die Federkraft (einschließlich der Vorspannung) wechselt ihr Vorzeichen, außerdem springt wegen des Übergangs vom kraftabgebenden in den kraftaufnehmenden Zustand der Reibungsbeiwert der Feder ins Gegenteil und vergrößert deren Widerstandskraft. — Im allgemeinen wird die Schwingung durch die Reibung der Räder auf den Schienen schon vor dem Richtungswechsel der Rückstellkraft abgebremst.

In dem Zeitpunkt, in dem $w = 0$, ist nicht gleichzeitig auch $\dot{\psi} = \omega$, die Drehgeschwindigkeit $= \omega$, wie ein Blick auf die Formel 25 und 27 zeigt; w ist ja nicht nur von ψ , sondern auch von x abhängig. Die durch den Anlaufwinkel φ bewirkte Lage des Lotfußpunktes L braucht für $\dot{\psi} = \omega$ noch keineswegs mit dem physikalischen Drehpunkt M zusammenzufallen (vergl. Abb. 1), so daß die durch die Bogenbewegung geforderte Geschwindigkeit der Fahrzeugspitze: $x \omega$ verschieden ist von der tatsächlichen $x \dot{\psi}$. Die Schwingung kommt also für $\dot{\psi} = \omega$ noch nicht zur Ruhe. — Die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ schwingt nicht um den Wert 0, sondern, wie aus der Formel 25 für $t = \infty$ hervorgeht, um den Wert ω ; (α und β sind ja als negativ vorausgesetzt). Den Wert 0 hat $\dot{\psi}$ nur zu Beginn des Vorganges, für $t = 0$, weil hier die veränderlichen Glieder der Formel negativ sind und in ihrem absoluten Wert $= \omega$. Im weiteren Verlauf werden sie wegen der Exponentialfunktion ständig kleiner, so daß $\dot{\psi}$ niemals negative Werte annehmen kann. Das ist sehr zu beachten, denn durch den Drehsinn von $\dot{\psi}$ ist die Richtung der zwischen den Rädern und der Schiene auftretenden Reibungskräfte festgelegt. Da sich das Fahrzeug auf der Unterlage stets im selben Sinne dreht, kehren sich die Reibungskräfte niemals um. Die Reibung auf den Schienen hat also nicht die bei gewöhnlichen Reibungsschwingungen auftretende stark dämpfende Wirkung, sie äußert sich nur in einer Verlagerung der Schwingungsmitte (s. o.). Auch aus dem Verlauf des Winkelweges ψ , der ständig größer, niemals kleiner wird, hätte man dies entnehmen können.

Erst allmählich, nach Ausführung einer mehr oder weniger großen Anzahl von Ausschlägen klingen praktisch sämtliche Schwingungen ab und es nähern sich die Größen ihrem Beharrungswert, so daß nun auch die Verschiedenheit der Phase

von w und φ gegenstandslos wird und der statische Gleichgewichtszustand eintritt.

Von besonderer Bedeutung erscheint die Vorspannung P_V der Rückstellvorrichtung. Ist diese sehr klein, so läuft das Fahrzeug während eines verhältnismäßig großen Zeitanteils gerade aus, der Anlaufwinkel φ , die nach außen gerichtete Geschwindigkeit $w = v(\varphi + \omega t)$ und der Ausschlag f wird groß, bevor die Rückstellkraft nennenswert zur Wirkung kommt; sie muß dann im späteren Verlauf zu um so größeren Werten anwachsen.

Die Formeln 24 bis 26 gestatten nun, für verschiedene Zeiten t die erreichten Drehwege, Drehgeschwindigkeiten und Drehbeschleunigungen zu berechnen. Damit ist dann auch in jedem Zeitpunkt die Fliehkraft und der Trägheitswiderstand gegen seitliche Verschiebung wie gegen Drehung bekannt. Aus Gleichung 10 ergibt sich dann P und aus Gleichung 8 die Hilfskraft H . Trägt man den Verlauf von P zeichnerisch auf, so gelangt man zu dem Größtwert P , der das meiste Interesse in Anspruch nimmt, weil von ihm die Sicherheit gegen Entgleisungen abhängt. Damit ist dann auch der größte Ausschlag gegeben. Endlich liefert das Verfahren die Zeitdauer des Vorganges bis zur Erreichung der Geschwindigkeit ω und bis zum Eintritt des Größtwertes von P .

V. Zahlenbeispiel*).

Um die Anwendung des Rechnungsverfahrens deutlicher zu machen, soll im folgenden ein Beispiel gerechnet werden. Dem Rechnungsbeispiel werde als Fahrzeug eine Schnellzuglokomotive der Bauart 2C zugrunde gelegt. Der Achsstand der drei gekuppelten Achsen ist $4,50\text{ m}$, die Entfernung der hinteren Achse vom Drehzapfen, $AC = 7,75\text{ m}$, der Abstand des Schwerpunktes vom Drehzapfen $AS = s = 3,82\text{ m}$ (vergl. Abb. 8).

Die Gewichtszahlen der Lokomotive sind:

$Q_T = 7,8\text{ to}$ Treibradbelastung

$Q_L = 6,0\text{ to}$ Laufradbelastung

$G_{Lok} = 70,8\text{ to}$ Gesamtgewicht (ohne Drehgestell)

$M = 7,2\text{ (m}^{-1}\text{ to sk}^2)$ Masse der Lokomotive (ohne Drehgestell).

Das Trägheitsmoment \mathfrak{J} wird (nach Meineke**) nach den einschlägigen Abmessungen der Lokomotive gleichgesetzt dem eines Parallelepipeds von $9,5\text{ m}$ Länge, $2,07\text{ m}$ Breite und $2,70\text{ m}$ Höhe und hat dann für die lotrechte Schwerpunktsachse den Wert $\mathfrak{J}_S = 58\text{ m to sk}^2$ oder $5800000\text{ cm kg sk}^2$.

Der Reibungswert sei an allen Rädern mit $\mu = \frac{1}{6}$ angenommen,

also $\mu Q_T = 1,3\text{ to}$, $\mu Q_L = 1,0\text{ to} = 0,77\ \mu Q_T$. Das ist weniger als man gewöhnlich annimmt. Ich glaube jedoch, daß man wenigstens für größere Halbmesser mit kleineren Reibungswerten der Wirklichkeit näher kommt.

Untersucht werde der Einlauf in eine Gleiskrümmung von $r = 300\text{ m}$ Halbmesser bei einer Geschwindigkeit von $V = 65\text{ km/Std.} = 18\text{ m/sk}$; es ist dies die für eine solche Krümmung zugelassene Höchstgeschwindigkeit. Die

Winkelgeschwindigkeit ω beträgt $\frac{18}{300} = 0,06\text{ sk}^{-1}$. Ein Über-

gangsbogen sei nicht vorhanden. Dagegen sei eine Überhöhung von 100 mm angenommen; vorgeschrieben sind 110 mm ; da aber das Fahrzeug beim Beginn der Bewegung z. T. noch auf der Überhöhungsrampe steht, wurde dies durch ein etwas geringeres Maß berücksichtigt. Daraus entsteht eine im Schwerpunkt S der Lokomotive angreifende, nach einwärts

*) Die Rechnungen sind mit dem Rechenschieber ausgeführt. Die Werte der Exponential-, Kreis- und Hyperbelfunktionen sind der Tabelle 4 der „Hütte“, 25. Auflage entnommen. Die Zahlen sind daher mit kleinen Ungenauigkeiten behaftet.

**) Organ 1925, Seite 49.

gerichtete Gewichtsseitenkraft $G = \frac{0,100}{1,50} G_{Lok} = 4,70\text{ to}$, wenn

$1,5\text{ m}$ die Entfernung der Auflagerpunkte der Räder der linken und rechten Seite ist.

Von besonderem Einfluß auf den Vorgang ist die Rückstellvorrichtung. Es werde angenommen, daß sie die bekannte Form einer doppelten Blattfeder habe. Die Vorspannung P_V betrage $0,450\text{ to}$, die Federstärke, gemessen durch die einer Einsenkung von 1 mm entsprechende Belastung 86 kg^*). Die Größe δ , Kraft für Verschiebung des Drehgestells auf die Längeneinheit hat also den Wert 43 kg/mm oder to/m .

Von der Berücksichtigung der sehr unsicheren Reibung der Federblätter aneinander sei ebenso wie von der Berücksichtigung der inneren Reibung im Material (Dämpfung) abgesehen.

Es muß nun noch festgestellt werden, unter welchem Anlaufwinkel φ_0 das Fahrzeug mit der führenden Achse an die äußere Bogenschiene herantritt. Das hängt natürlich von Zufälligkeiten ab, es kann das Fahrzeug mit sämtlichen Rädern der linken Seite vor Eintritt in die Gleiskrümmung am äußeren Schienenstrang anliegen, so daß $\varphi_0 = 0$ und die auswärts gerichtete Geschwindigkeitskomponente $v \sin \varphi$ zu Beginn ebenfalls $= 0$ ist. Das ist der günstigste Fall. Es könnte das Fahrzeug aber auch beim Eintritt in den Bogen sich in Spießgangstellung befinden, der Anlaufwinkel also sehr groß sein. Noch ungünstiger wird der Anlaufwinkel, wenn das Fahrzeug ganz am inneren Schienenstrang anliegt, so daß es erst in einer gewissen Entfernung vom Bogenanfang am äußeren Schienenstrang anläuft. Allgemein gilt, wenn ξ der Winkel der Fahrzeugachse mit dem geraden Gleisstrang ist und l die Länge des Bogens von Bogenanfang bis zur

$$\text{Fahrzeugspitze: } \varphi = \xi + \frac{l}{r}$$

Der Rechnung wurde der Fall zugrundegelegt, daß das Fahrzeug in einem Abstand von 15 mm den Schienen des geraden Gleises parallel liege, also $\xi = 0$ sei. Die Achsenabstände vom Schienenstrang sind also $y_A = y_B = 15\text{ mm}$.

Wenn das erste Rad anläuft und nach einwärts verschoben wird, wird das Fahrzeug im ganzen nicht sofort folgen, weil ja die führende Kraft P erst eine solche Größe erreicht haben muß, daß sie die Reibung der im Haupttrahmen gelagerten Achsen auf den Schienen zu überwinden vermag. Ist diese „statische“ Kraft P_{st} und entspricht ihr eine Verschiebung der führenden Achse von $f_{st} = \frac{P_{st} - P_V}{\delta}$, so ist die Bogenlänge l gegeben durch

$$\frac{l^2}{2r} = y_B, c + f_{st} \dots \dots \dots 30)$$

Es muß also zunächst einmal diese statische Führungskraft ermittelt werden.

Aus der Momentenkurve \mathfrak{M}_A in Abb. 8 findet man leicht den Punkt x_{st} , wo \mathfrak{M}_A der einzigen vorhandenen Einwirkung: $G \cdot s = 4,7 \cdot 3,82 = 18\text{ m to}$ ($= 13,8\ \mu\mu Q$) gleich ist, zu $x_{st} = 7,71\text{ m}$.

Aus der K-Kurve der Abb. 8 ergibt sich der zugehörige Wert $K = 4,90\text{ to}$ (Summe der Reibungskomponenten senkrecht zur Fahrzeugachse) und damit die Führungskraft am Führungszapfen $P_{st} = K - G = 4,90 - 4,70 = 0,200\text{ to}$, also ein verschwindender Betrag, der innerhalb der Vorspannung der Rückstellfeder liegt. Infolge der Überhöhung ist also die zur Überwindung der Reibung nötige Kraft nahezu vollständig gedeckt, eine Auslenkung des Drehgestells zur Hervorrufung

*) Es sind dies die bei Lokomotiven der Deutschen Reichsbahn gebräuchlichen Werte; vergl. Schneider „Hauptformen des zweiachsigen Lokomotivlaufgestells“, Z. V. D. I. 1929, S. 492.

einer solchen Kraft ist nicht nötig, $f_{st} = 0$. Damit wird nach Gl. 30

$$l = \sqrt{2 \cdot 300 \cdot 0,015} = 3 \text{ m}$$

und der Anlaufwinkel:

$$\varphi_0 = \frac{3}{300} = 0,010.$$

Die nächste Aufgabe besteht darin, die Lage des Drehpunktes für den Beginn der Bewegung zu ermitteln. Er fällt im vorliegenden Fall nicht mit dem soeben ermittelten Punkt zusammen, weil für den Beginn der Bewegung die Führungskraft P einen vom statischen verschiedenen Wert hat, nämlich gleich der Vorspannung ist, $P = P_v = 0,450 \text{ to}$. Dem entspricht dann auch ein bestimmter Anfangswert $\ddot{\psi}_0$ der

der Drehpunkt („Stoßmittelpunkt“ N) um $x_{SN} = \frac{\mathfrak{S}_S}{M \cdot s}$ vom Schwerpunkt S entfernt liegt, auf der entgegengesetzten Seite des Kraftangriffs; und zwar ist x_{SN} unabhängig von der Größe der Kraft. Für unseren Fall ist $x_{SN} = \frac{58}{7,2 \cdot 3,82} = 2,11 \text{ m}$ oder $x_N = 2,11 + 3,82 = 5,93 \text{ m}$. Wenn P sehr groß wird, so daß die sonst noch vorhandenen Kräfte: Reibung und Unterschied zwischen Fliehkraft und Überhöhungswirkung dagegen zurücktreten, so wird der Drehpunkt nahezu mit dem Stoßmittelpunkt zusammenfallen. Es ist daher anzunehmen, daß im Verlaufe des Bewegungsvorgangs der Drehpunkt nach der Fahrzeugschneise zu wandern, x also kleiner werden wird.

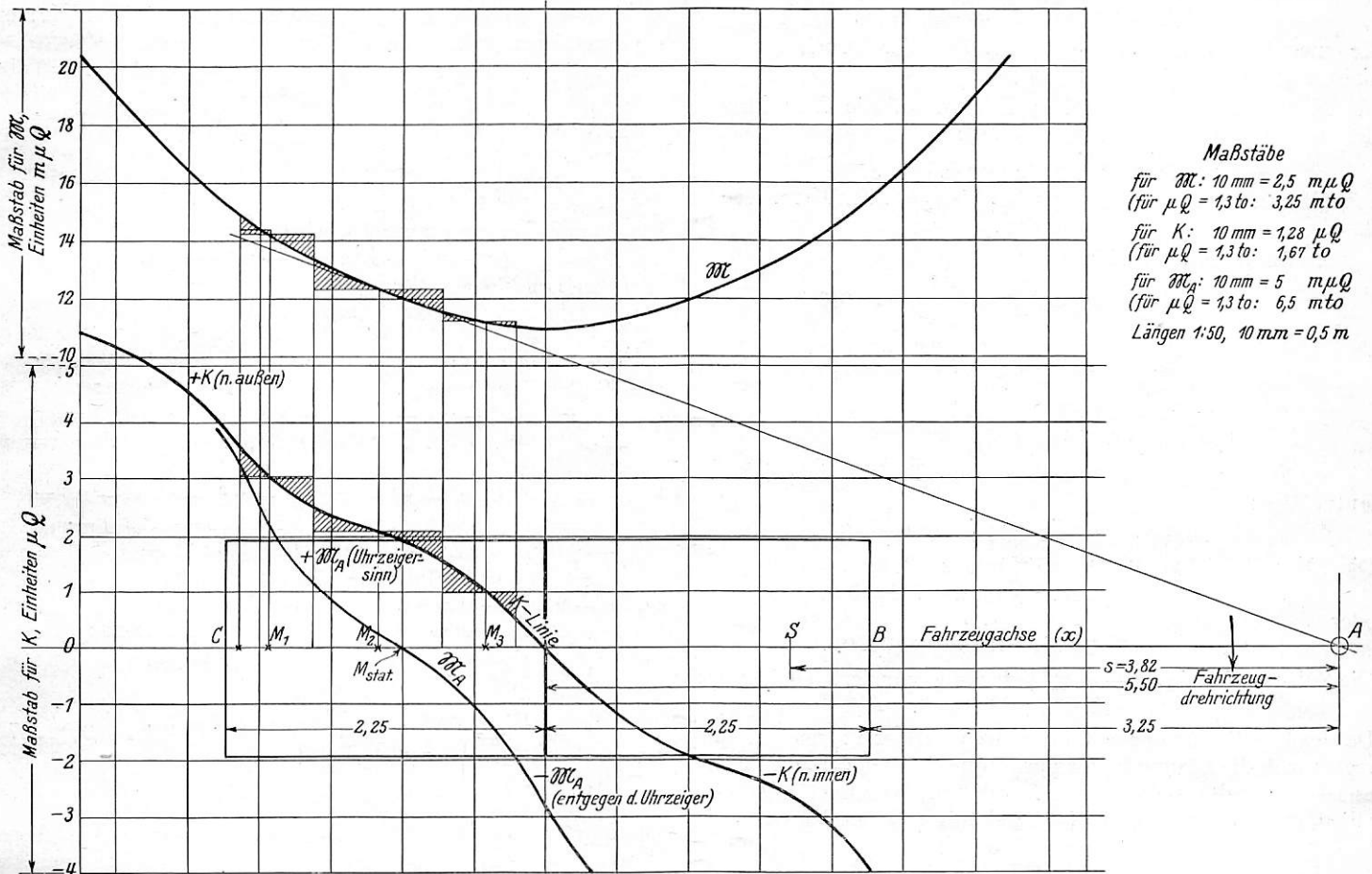


Abb. 8.

Beschleunigung. Zur Berechnung von x_0 und ψ_0 dienen die Gleichungen 8) und 9), in denen jedoch H fortzulassen ist, weil es sich um freies Gleichgewicht handelt:

$$-P + K - G + M \ddot{\psi} + M x_S \ddot{\psi} = 0 \dots \dots \dots 8)$$

$$P s - \mathfrak{M} + K x_S - \mathfrak{S}_S \ddot{\psi} = 0 \dots \dots \dots 9)$$

Fällt man $\ddot{\psi}$ aus, so erhält man:

$$(P s - \mathfrak{M}) M x_S + K \mathfrak{S}_M - (P + G - M v \psi) \mathfrak{S}_S = 0 \dots \dots 31)$$

in der nur noch x (in \mathfrak{M} , \mathfrak{S}_M und x_S) enthalten ist. ψ ist im Anfang = 0.

Auf zeichnerischem Weg findet man als genügenden Wert $x_0 = 7,70 \text{ m}$, nicht wesentlich verschieden von obigem Wert, und sodann aus der Momentengleichung 8). $\ddot{\psi}_0 = 0,017$. (\mathfrak{M} ist $19,9 \text{ mto}$, $K = 4,90 \text{ to}$, $\mathfrak{S}_M = 167$ für $x = 7,70 \text{ m}$).

Es fragt sich nun, in welcher Richtung der Drehpunkt mit zunehmendem P seine Lage ändert. — Es wurde oben gezeigt, S. 277, daß, wenn es sich um eine reine Stoßbewegung handelt,

Der Verlauf der Rechnungen zeigt, daß der Vorgang in der angenommenen Form der Führung durch nur eine Achse nicht bis zu dem Punkte sich erstreckt, wo der Ausschlag und damit die führende Einwirkung ihre größten Werte erhalten. Es wird vielmehr schon vorher eine weitere Achse und zwar fast gleichzeitig die erste Kuppelachse der Lokomotive am äußeren und die hintere am inneren Schienenstrang zum Anliegen kommen, so daß also von da ab die Führung in zwei bzw. drei Punkten erfolgt. Aus eingangs angegebenen Gründen muß dieser Fall außer Betracht gelassen werden. Das Beispiel soll also rechnerisch nur für den ersten Abschnitt des Vorgangs behandelt werden. Der Wert x ist dann als fester Mittelwert dieses Abschnittes anzunehmen. Wie groß er anzunehmen ist, kann natürlich nur durch Probe-rechnungen ermittelt werden. Als brauchbarer Wert ergab sich

$$x_1 = 7,46 \text{ m}.$$

Hierfür wird der Abb. 8 $M = 18,6$, $K = 4,00$ entnommen, weiter ist $x_S = 3,64$, $\mathfrak{S}_M = 153,6$.

Wenn die Drehung um einen bestimmten Punkt erzwungen wird, so tritt nach den vorangegangenen Ausführungen dort eine Rückwirkung H auf. Außerdem nimmt $\ddot{\psi}_0$ wegen der Verkettung von H und $\ddot{\psi}$ in den 2 Gleichungen 8) und 9) einen von dem oben angegebenen verschiedenen Wert an; letzterer findet sich aus Gleichung 10):

$$(\ddot{\psi}_0) = \frac{1}{\sum M} (Px - \mathfrak{M} + G x_S); (\dot{\psi} = 0)$$

zu: $(\ddot{\psi}_0) = \frac{1}{153,6} (0,450 \cdot 7,46 - 18,6 + 4,70 \cdot 3,64) = 0,0121$

Damit wird H zu Beginn der Bewegung nach Gleichung 8):

$$H = K - P - G + M x_S. \ddot{\psi} = 4,00 - 0,450 - 4,70 + 7,2 \cdot 3,64 \cdot 0,0121 = -0,84 \text{ to.}$$

Das negative Vorzeichen bedeutet, daß der Druck auf das Fahrzeug nach außen gerichtet ist.

Nach diesen Vorbereitungen kann an die Berechnung der in der Differentialgleichung 12a):

$$a_1 \ddot{\psi} + a_2 \dot{\psi} + a_3 \psi + a_4 \dot{\psi} - a_5 t - a_6 = 0$$

enthaltenen festen „Grundwerte“ a_1 bis a_4 aus den Kennwerten der Lokomotive gegangen werden.

Es ist (vergl. Gleichung 12):

$$a_1 = \frac{\sum S + M x_S^2}{x} = \frac{\sum M}{x} = \frac{153,6}{7,46} = 20,5$$

$$a_2 = \frac{M x_S \cdot v}{x} = \frac{7,2 \cdot 3,64 \cdot 18}{7,46} = 63,1$$

$$a_3 = \delta x = 43 \cdot 7,46 = 321$$

$$a_4 = \delta v = 43 \cdot 18 = 774$$

Die zunächst zu behandelnde homogene Differentialgleichung lautet also:

$$20,5 \ddot{\psi} + 63,1 \dot{\psi} + 321 \psi + 774 \psi = 0.$$

Die „Hauptgleichung“ (13) hierfür ist:

$$20,5 \lambda^3 + 63,1 \lambda^2 + 321 \lambda + 774 = 0$$

oder

$$\lambda^3 + 3,078 \lambda^2 + 15,6 \lambda + 37,7 = 0.$$

Die Substitution $\lambda = \lambda - 1,026$ liefert die reduzierte Gleichung:

$$\lambda^3 + 12,46 \lambda + 23,86 = 0.$$

Da der Koeffizient der ersten Potenz positives Vorzeichen hat, ergibt sich die Lösung in der Form hyperbolischer Funktionen; es ist, wenn der Beiwert von λ mit $3p$, das unveränderliche Glied mit $2q$ und der Hilfswinkel mit φ^* bezeichnet wird:

$$\sin \varphi = \frac{q}{p \sqrt{p}};$$

$$\lambda_1 = -2 \sqrt{p} \sin \left(\frac{\varphi}{3} \right)$$

$$\lambda_2 = + \sqrt{p} \sin \left(\frac{\varphi}{3} \right) + i \sqrt{3p} \cos \left(\frac{\varphi}{3} \right)$$

$$\lambda_3 = + \sqrt{p} \sin \left(\frac{\varphi}{3} \right) - i \sqrt{3p} \cos \left(\frac{\varphi}{3} \right)$$

In Zahlen: $\sin \varphi = \frac{11,93}{4,15 \cdot 2,037} = 1,412; \varphi = 1,145$

$$\sin \frac{\varphi}{3} = 0,391 \quad \cos \frac{\varphi}{3} = 1,074$$

$$\lambda_1 = -2 \cdot 2,037 \cdot 0,391 = -1,59$$

$$\lambda_{2,3} = 2,037 \cdot 0,391 \pm i 3,52 \cdot 1,074 = + 0,795 \pm i 3,78$$

Der Übergang auf $\lambda = \lambda - 1,026$ liefert:

$$\lambda_1 (\alpha) = -2,62, \quad \lambda_{2,3} = \beta \pm \gamma i = -0,231 \pm 3,78 i.$$

Die reellen Teile der Wurzeln haben also negatives Vorzeichen, wie dies für einen normalen Verlauf des Vorganges Voraussetzung ist, (gedämpfte Schwingung!).

*) Nicht zu verwechseln mit dem Anschneidwinkel.

Bestimmt man noch die Festwerte

$$A_4 = \omega = 0,06 \text{ und } A_5 = \varphi_0 \frac{x \omega}{v} = 0,01 \frac{7,46 \cdot 0,06}{18} = -0,0148$$

so ergibt sich als Lösung der Aufgabe (Gleichung 14):

$$\psi = A_1 e^{-2,62t} + A_2 e^{(-0,231+3,78i)t} + A_3 e^{(-0,231-3,78i)t} + 0,06 t - 0,0148.$$

In ähnlicher Form erscheint $\dot{\psi}$ und $\ddot{\psi}$.

Weniger einfach gestaltet sich die nun vorzunehmende Bestimmung der Integrationskonstanten A_1, A_2 und A_3 . Die Größen τ_1, τ_2 und τ_3 haben die Werte:

$$\tau_1 = -A_5 = +0,0148$$

$$\tau_2 = \psi_0 - \omega = 0 - 0,060$$

$$\tau_3 = (\psi_0) = +0,0121.$$

Die zur Berechnung der Determinanten nötigen Wurzelkombinationen haben die Werte:

$$\lambda_1 \lambda_2 = +0,604 - 9,89 i \quad \lambda_3^2 - \lambda_2^2 = (-4 \beta \gamma i) = 3,50 i$$

$$\lambda_1 \lambda_3 = +0,604 + 9,89 i \quad \lambda_3^2 - \lambda_1^2 = -21,1 + 1,75 i$$

$$\lambda_2 \lambda_3 = 14,35 \quad \lambda_2^2 - \lambda_1^2 = -21,1 - 1,75 i$$

$$\lambda_3 - \lambda_2 = -7,56 i$$

$$\lambda_3 - \lambda_1 = +2,38 - 3,78 i$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = +2,38 + 3,78 i$$

Die Nenner-Determinante D_0 wird

$$D_0 = \lambda_2 \lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_2) - \lambda_1 \lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_1) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)$$

oder bei komplexem Wurzelpaar:

$$D_0 = -2 \gamma i ((\alpha - \beta)^2 + \gamma^2)$$

$$D_0 = -2 \cdot 3,78 i ((-2,62 + 0,231)^2 + 3,78^2) = -151,2 i.$$

Die Zähler-Determinanten (23) erhalten die Werte:

$$D_1 = \tau_1 \lambda_2 \lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_2) - \tau_2 (\lambda_3^2 - \lambda_2^2) + \tau_3 (\lambda_3 - \lambda_2) = -0,0148 \cdot 14,35 \cdot 7,56 i + 0,06 \cdot 3,50 i - 0,0121 \cdot 7,56 i = -1,48 i$$

$$D_2 = -\tau_1 \lambda_1 \lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_1) + \tau_2 (\lambda_3^2 - \lambda_1^2) - \tau_3 (\lambda_3 - \lambda_1) = -0,0148 (0,604 + 9,89 i) (2,38 - 3,78 i) - 0,060 (-21,1 + 1,75 i) - 0,0121 (2,38 - 3,78 i) = +0,664 - 0,374 i; \text{ hiernach}$$

$$D_3 = -0,664 - 0,374 i.$$

Die gesuchten Festwerte berechnen sich daraus zu:

$$A_1 = \frac{D_1}{D_0} = + \frac{1,48 i}{151,2 i} = + 0,0098$$

$$A_2 = \frac{D_2}{D_0} = \frac{0,664 - 0,374 i}{-151,2 i} = + 0,00439 i + 0,00247$$

$$A_3 = \frac{D_3}{D_0} = -0,00439 i + 0,00247$$

Die einfache Probe $A_1 + A_2 + A_3 = \tau_1$ stimmt. Aus diesen Festwerten werden die folgenden neuen Festwerte gebildet:

$$B = A_2 + A_3 = 0,00494$$

$$C = i (A_2 - A_3) = -0,00878$$

$$\beta B + \gamma C = -0,231 \cdot 0,00494 - 3,78 \cdot 0,00878 = -0,0343$$

$$\gamma B - \beta C = 3,78 \cdot 0,00494 - 0,231 \cdot 0,00878 = + 0,0167$$

$$A_1 \alpha = -0,0098 \cdot 2,62 = -0,0257$$

$$A_1 \alpha^2 = 0,0098 \cdot 6,03 = + 0,0591$$

$$B (\beta^2 - \gamma^2) + 2 \beta \gamma C = -0,00494 \cdot 14,25 + 1,748 \cdot 0,00878 = -0,0551$$

$$C (\beta^2 - \gamma^2) - 2 \beta \gamma B = + 0,00878 \cdot 14,25 + 1,748 \cdot 0,00494 = + 0,134.$$

Nun lassen sich die Lösungen für $\psi, \dot{\psi}$ und $\ddot{\psi}$ nach den Formeln 24 bis 26 anschreiben. Es ist:

$$\psi = 0,0098 \cdot e^{-2,62t} + e^{-0,231t} (0,00494 \cos (3,78 t) - 0,00878 \sin (3,78 t)) + 0,06 t - 0,0148$$

$$\dot{\psi} = -0,0257 \cdot e^{-2,62t} - e^{-0,231t} (0,0343 \cos (3,78 t) + 0,0167 \sin (3,78 t)) + 0,06$$

$$\ddot{\psi} = + 0,0551 \cdot e^{-2,62t} + e^{-0,231t} (-0,0551 \cos (3,78 t) + 0,134 \sin (3,78 t))$$

Proberechnungen der Werte φ , $\dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$ für verschiedene Zeiten t und daraus der zu diesen Zeiten eintretenden Kräfte ergeben, daß für $t = 0,25 \text{ sk}$ der Zeitpunkt erreicht ist, in dem eine weitere Achse sich an der Führung beteiligt. Es ist nämlich für $t_1 = 0,25 \text{ sk}$:

$$\begin{aligned} e^{-2,62 t} &= 0,520 & \cos 3,78 t &= 0,586 \\ e^{-0,231 t} &= 0,944 & \sin 3,78 t &= 0,810 \end{aligned}$$

Damit:

$$\begin{aligned} \text{Winkelweg } \varphi_1 &= 0,00130 \\ \text{Anschneidwinkel } \varphi_1 &= \varphi_0 + \omega t - \varphi_1 = 0,0237 \\ \text{Winkelgeschwindigkeit } \dot{\varphi}_1 &= 0,0149 \\ \text{Winkelbeschleunigung } \ddot{\varphi}_1 &= 0,100. \end{aligned}$$

Die im Schwerpunkt angreifenden, der Bewegung entgegen wirkenden Kräfte sind: Fliehkraft $M v \dot{\varphi} = 1,93 \text{ to}$, Trägheitswiderstand $M x_S \ddot{\varphi} = 2,62 \text{ to}$, das Widerstandsmoment gegen die Drehung: $\mathfrak{S}_M \ddot{\varphi} = 15,3 \text{ mto}$.

Weiterhin ist die führende Kraft aus Gleichung 10) zu finden:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{x} (\mathfrak{M} - x_S (G - M v \dot{\varphi}) + \mathfrak{S}_M \ddot{\varphi}) \\ &= \frac{1}{7,46} (18,6 - (4,70 - 1,93) 3,64 + 15,3) = 3,19 \text{ to} \end{aligned}$$

und H aus Gleichung 8):

$$\begin{aligned} H &= -P + K - G + M v \dot{\varphi} + M x_S \ddot{\varphi} \\ &= -3,19 + 4,00 - 4,70 + 1,93 + 2,62 = +0,66 \text{ to}. \end{aligned}$$

Die Reaktion an dem fest gedachten Drehpunkt schwankt also vom Beginn bis zum Ende des Abschnittes zwischen $-0,86 \text{ to}$ und $+0,66 \text{ to}$. Das ist nicht unbedeutend. Es muß aber beachtet werden, daß die Summe K der Reibungskomponenten erheblichen Änderungen unterworfen ist, insbesondere in dem ins Auge gefaßten Bereich, wie ein Blick auf die Abb. 8 lehrt. Für $x = 7,70$ ist $K = -4,90$, für $x = 7,18$: $K = -3,33$. Den Unterschied gegen den Mittelwert für $x = 7,46$ mit $K = -4,00$ ist also $-0,90$ und $+0,67 \text{ to}$ (negatives Vorzeichen deutet Richtung nach außen, positives nach innen an). Die Reaktionen H am festen Drehzapfen entsprechen also dem obigen Unterschiedsbetrag der K -Werte gegenüber dem Mittelwert. (In Abb. 8 sind die Vorzeichen entgegengesetzt eingetragen.)

Die die Stellung des Fahrzeugs bestimmenden Größen werden ermittelt zu:

$$f = \frac{P - P_v}{\delta} = \frac{3,19 - 0,45}{43} = 0,0635 \text{ m}.$$

Abstand des Lotfußpunktes L von der Fahrzeugspitze $\xi = \varphi_1 r = 300 \cdot 0,0237 = 7,11 \text{ m}$.

Der Abstand der 1. Kuppelachse von dem Kreis durch die im Drehzapfen gedachte führende Achse ist wie sich aus Abb. 9 leicht ablesen läßt:

$$\begin{aligned} y_B &= \frac{\xi^2 - (\xi - d)^2}{2r} - f = \frac{7,11^2 - (7,11 - 3,25)^2}{600} - 0,063 = \\ &= -0,003 \text{ mm} \text{ (negatives Vorzeichen, also Überschneidung!)} \end{aligned}$$

$$y_C = \frac{\xi^2}{2r} - f = \frac{7,11^2}{600} - 0,063 = +0,021 \text{ mm}$$

Da die gedachte führende Achse selbst $0,005 \text{ mm}$ Abstand vom äußeren Schienenstrang hat, wie sich aus der Stellung des Drehgestells errechnet (vergl. u.), ist der Abstand der Kuppelachsen vom Schienenstrang um dieses Maß größer, die 1. Kuppelachse steht also um 2 mm , die 3. um $\sim 26 \text{ mm}$ ab. Letztere ist also bei 25 mm Spielraum (neue Spurkränze) unmittelbar vorher zum Anliegen am inneren Schienenstrang gekommen, bei ersterer steht das Anlaufen unmittelbar bevor.

Zur Beurteilung, ob der der Rechnung zugrunde gelegte Festwert $x = 7,46 \text{ m}$ eine mittlere Lage darstellt, soll weiterhin — ein Kennzeichen bilden ja die Werte von H — der-

jenige Drehpunkt aufgesucht werden, der dem freien Gleichgewicht der Kräfte am Ende des betrachteten Zeitabschnittes entspricht, an dem also keine Reaktion H auftritt. Dazu sind die Gleichungen 8 und 9 Seite 20 zu benutzen unter Nullsetzung von H . Man erhält durch Ausfällen von P die Gleichung:

$$(K \cdot x - \mathfrak{M}) - (G - M v \dot{\varphi} - M x_S \ddot{\varphi}) s - \mathfrak{S}_S \ddot{\varphi} = 0 \quad (32)$$

die nur x enthält. Sie liefert auf zeichnerischem Wege:

$$\begin{aligned} x &= 7,18 \text{ m}; \text{ womit } K = 3,31 \text{ to}, \mathfrak{M} = 17,60 \text{ mto} \text{ wird:} \\ \text{Es ist } (3,31 \cdot 7,18 - 17,60) - (4,70 - 1,93 - 2,62) 3,82 - \\ &- 58 \cdot 0,100 \approx 0. \end{aligned}$$

P ergibt sich leicht aus Gleichung 8):

$$P = K - G + M v \dot{\varphi} + M x_S \ddot{\varphi} = 3,31 - 4,70 + 1,93 + 2,62 = 3,16 \text{ to}$$

also nicht sehr viel verschieden von dem für den mittleren Drehpunkt gefundenen Wert ($3,19 \text{ to}$).

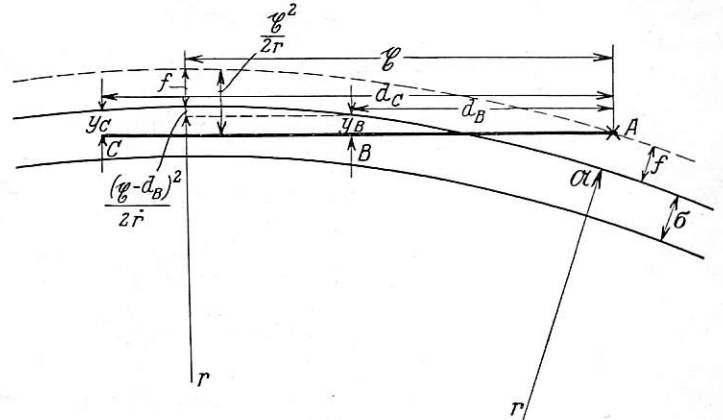


Abb. 9.

Im betrachteten Zeitabschnitt würde also der Drehpunkt seine Lage zwischen $x = 7,70$ und $7,18$ ändern, der angenommene Wert $7,46$ ist also ein guter Mittelwert.

Welchen Einfluß der Wert von x auf die Differentialgleichung und ihre Lösung hat, zeigt die nachfolgende Übersicht, die die drei Wurzeln der „Hauptgleichung“, sowie das lineare Glied $\frac{x\omega}{v}$ für verschiedene Werte von x enthält:

$x \text{ (m)}$	α	β	γ	$\frac{x\omega}{v}$
7,73	-2,52	-0,238	3,74	0,0258
7,46	-2,62	-0,231	3,78	0,0249
6,90	-2,79	-0,195	3,90	0,0230
6,00	-3,00	-0,003	4,09	0,0200

Man sieht also, daß in dem zugrunde gelegten Spielraum von $7,70$ bis $7,18 \text{ m}$ die Änderungen nicht sehr beträchtlich sind und die Aufstellung der Formel unter Annahme eines festen Mittelwertes für x zulässig erscheint. Es werden sich auch für A, B, C, die ja aus den Wurzeln α , β , γ abgeleitet sind, nur geringfügige Unterschiede für verschiedene x -Werte innerhalb der angegebenen Grenzen ergeben. Allerdings darf nicht vergessen werden, daß die Differentialgleichung nur aufgestellt werden konnte unter der Annahme, daß x und die dadurch bedingten Größen K , \mathfrak{M} , \mathfrak{S}_M unveränderlich seien.

Streng genommen müßte daher, durch Unterteilung in kleinere Abschnitte, geprüft werden, ob sich dadurch nicht Abweichungen von den gefundenen Rechnungswerten ergeben.

Weitere Fortsetzung des Rechenverfahrens.

Falls die Kuppelachse nach $0,25 \text{ sk}$ bei Erreichung einer Hilfskraft H von $0,66 \text{ to}$ noch nicht zum Anlaufen käme und die ausschließliche Führung durch die erste Achse bestehen

bliebe, bis der größte Ausschlag und damit die größte Führungskraft erreicht ist, wären weitere Rechnungsabschnitte mit anderen Mittelwerten von x etwa wie in der Abb. 8 auf Grund der Abweichungen der K-Kräfte angegeben, für ψ , $\dot{\psi}$, $\ddot{\psi}$ durchzuführen. Anfangswerte des 2. Zeitabschnittes mit einem durch x_2 gegebenen Drehpunkt M_2 sind die Anscneidwinkel $\varphi_1 = 0,0237$ und die Geschwindigkeit $\dot{\psi}_1 = 0,0149$. Die Beschleunigung zu Beginn des 2. Zeitabschnittes ($\ddot{\psi}_1$) ist mit dem Anfangswert H_2' , der Stützkraft am neuen Drehpunkt M_2 durch die Gleichungen 8) und 9) verbunden, beide Größen müssen aus diesen Gleichungen berechnet werden (mit $\dot{\psi}_1 = 0,0149$). Die Beschleunigung ändert sich also, da ($\ddot{\psi}_1$) von $\ddot{\psi}_1 = 0,100$ etwas verschieden sein wird, sprungsweise. Die Zeitdauer t_2 des 2. Zeitabschnittes wird so bemessen, daß der Endwert der Stützkraft am Punkt M_2 — er werde mit H_2'' bezeichnet — einen dem negativen Wert H_2' ungefähr entsprechenden positiven Wert annimmt. Die für die Berechnung der Integrationskonstanten wichtigen Größen τ sind für den 2. Abschnitt: $\tau_{1,2} = \varphi_1 - \frac{x_2 \omega}{v}$, $\tau_{2,2} = \dot{\psi}_1 - \omega$, $\tau_{3,2} = (\ddot{\psi}_1)$.

Die Zeit t wird zweckmäßig zur Vereinfachung der Rechnung (Exponentialfunktionen e^{-t}) beim 2. Abschnitt wieder mit 0 begonnen. Das hat natürlich zur Folge, daß die Festwerte A, B, C und ihre Kombinationen nicht an die Werte des ersten Abschnittes anschließen, sondern grundsätzlich davon abweichen. Auf die Rechnungsergebnisse für ψ , $\dot{\psi}$, $\ddot{\psi}$ ist dies natürlich ohne Einfluß. Bei der Ermittlung der Gesamtdauer des Vorganges müssen die Zeiten der einzelnen Abschnitte dann zusammengezählt werden.

Führungskraft Y.

Die am Drehzapfen auf den Hauptkörper der Lokomotive übertragene Kraft ist noch nicht die in der Spurkranzhohlkehle des führenden Rades auftretende Kraft Y. — Zur Kraft P kommt vielmehr noch die zur Verschiebung des Innenrades der führenden Achse nötige oder — bei einem zweiachsigen Drehgestell — die aus dem Reibungsgleichgewicht für das Drehgestell errechnete Kraft hinzu. Sie ist im vorliegenden Beispiel, wo die Lage des Reibungsmittelpunktes des Drehgestells unter Berücksichtigung der Reaktion P zu $x_D = 1,9 m$ (bei einem Drehgestellachsstand von $2,2 m$), gefunden wurde, nicht bedeutend, nämlich nur $0,190 to$. Y ist also $3,19 + 0,190 = 3,38 to$.

In dem betrachteten Zeitabschnitt ist die Drehgeschwindigkeit des Fahrzeugs von 0 auf $\dot{\psi} = 0,0149$ gewachsen. Es besteht also noch ein beträchtlicher Unterschied gegenüber der durch die Bogenbewegung geforderten ($0,06$). Der Ausschlag f muß also noch weiter wachsen. In besonders starkem Maße wird dies aber nicht mehr der Fall sein, denn während im ersten Abschnitt im Mittel nur eine Kraft $\frac{3,19}{2} \approx 1,6 to$ wirksam war, wirkt jetzt eine erheblich größere Kraft, $3,19 to$ und darüber. Außerdem tritt an einer der beiden Kuppelachsen, oder an beiden zugleich eine weitere starke Kraft zur Erzeugung der Drehgeschwindigkeit hinzu, wie eingangs dieses Aufsatzes ausgeführt.

Aber auch wenn die am führenden Drehgestellrad auftretende Führungskraft nicht erheblich mehr anwächst, ist ein Betrag von über $3,38 to$ sehr beträchtlich im Vergleich zu der auf dem Rad ruhenden Belastung (einschließlich Radsatzgewicht) von $6,00 to$ (vergl. meine Ausführungen

über Sicherheit gegen Entgleisung auf Seite 5 der eingangs angeführten Untersuchungen). — Auch der Ausschlag des Drehgestells erreicht fast die vorgesehene Grenze ($70 mm$). Man kann daher die zugelassene Höchstgeschwindigkeit von $65 km/h$ für einen Einlauf einer Lokomotive in einen nicht mit Überhöhungsbogen ausgestatteten Gleisbogen als recht hoch bezeichnen. Auffällig erscheint auch, daß in den Vorschriften über die für Krümmungen zugelassenen Höchstgeschwindigkeiten kein Unterschied gemacht ist, ob ein Übergangsbogen vorhanden ist oder nicht.

Zusammenfassung.

In den vorstehenden Ausführungen wurde gezeigt, in welcher Weise die Frage nach den Kräften, die bei plötzlichen Richtungsänderungen im Lauf von Eisenbahnfahrzeugen also insbesondere bei dem unvermittelten Einlauf in Gleisbogen, auftreten, mathematisch zu fassen und zu behandeln ist. Die allgemeinen (unter gewissen vereinfachenden Annahmen durchgeführten) Entwicklungen führen zu dem Ergebnis, daß der Vorgang durch eine Summe von drei Exponentialfunktionen dargestellt werden kann, die unter den normalerweisen obwaltenden Verhältnissen eine Überlagerung einer gedämpften Schwingung mit einer stetig auf 0 abnehmenden Bewegung ergeben. — Die rechnerische Behandlung von Aufgaben der in Frage stehenden Art beschränkt sich vorläufig auf solche Fälle, in denen die Krafteinwirkung der Bahn durch im Fahrzeug vorhandene Rückstellvorrichtungen auf die Hauptmasse des Fahrzeugs übertragen wird. —

Die Untersuchungen lassen erkennen, welche Bedeutung — im Falle solche Rückstellvorrichtungen nicht vorhanden sind — der elastischen Nachgiebigkeit des Fahrzeugrahmens und des Gleises zukommt. Berechnungen sind für diesen Fall wegen der Abhängigkeit von der Lage der Führungsstelle zur Schienenbefestigung nicht so sicher zu fassen, wie beim Vorhandensein von Rückstellvorrichtungen. Auch ist der Zusammenhang von Kraft und Weg für diesen Fall noch ungeklärt.

Es erscheint aber wohl möglich, unter gewissen Annahmen für diesen Zusammenhang Vergleiche verschiedener Bauarten hinsichtlich ihres Verhaltens beim Einlauf, hinsichtlich der Stärkenbemessung der Rückstellfedern und hinsichtlich des Sicherheitsgrades, der dem Einlauf in Bögen bestimmten Halbmessers bei gewissen Geschwindigkeiten innewohnt, anzustellen.

Als Gesamtergebnis führen die Untersuchungen die Wichtigkeit der Übergangsbogen wie eines gleichbleibenden Krümmungshalbmessers vor Augen; Übergangsbogen sollten bei dem Ein- und Auslauf von Gleisbogen stets angewendet werden, denn nur in diesem Falle sind die auftretenden Kräfte vollständig bedeutungslos.

Die Deutsche Reichsbahn-Gesellschaft betreibt, veranlaßt durch eine Anzahl nicht befriedigend aufgeklärter Entgleisungen von Lokomotiven, die Frage der Sicherheit des Laufes von Eisenbahnfahrzeugen und die Erforschung der Ursachen von Entgleisungen mit besonderem Nachdruck. Sie bedient sich dabei der praktischen Beobachtung am Fahrzeug. Auch die vorliegende theoretische Untersuchung dient der Erreichung des Zieles. Sie liefert die Erkenntnis des Wesens der Vorgänge und der Bedeutung, die die einzelnen Größen haben und bildet so einen Beitrag auf dem schwierigen Gebiet des Bogenlaufes der Eisenbahnfahrzeuge.

Berichte.

Die Betriebserfahrungen mit Garratt-Lokomotiven bei den Südafrikanischen Eisenbahnen.

Die Südafrikanischen Eisenbahnen haben seit einigen Jahren eine größere Anzahl von Garratt-Lokomotiven in Dienst gestellt, nachdem die bisherigen, auf einem einzigen Rahmen ruhenden Lokomotiven — in der größten Ausführung meistens von der Bauart 2 D 1 — zur Bewältigung des Verkehrs unter den besonderen Verhältnissen dieser Bahnen nicht mehr ausreichten und auch Versuche mit Mallet-Gelenklokomotiven nicht befriedigt hatten. Ein größerer Teil der Garratt-Lokomotiven ist von deutschen Lokomotivfabriken gebaut worden*), ein Umstand, der seinerzeit in England besonderes Aufsehen erregt hat. Aus diesem Grund in besonderen und ganz allgemein auch deshalb, weil die Garratt-Lokomotive in neuerer Zeit auch anderwärts vielfach verwendet worden ist, ohne daß ihre Eignung schon abschließend geklärt wäre, ist es von Interesse, daß nunmehr aus England nähere Angaben über die Betriebserfahrungen mit den südafrikanischen Garratt-Lokomotiven gemacht werden. Dabei ist zu beachten, daß auch englische Fabriken schon eine große Zahl solcher Lokomotiven nach Südafrika geliefert haben, wie überhaupt die Garratt-Bauart aus England stammt und im wesentlichen auch nur bei den unter englischem Einfluß stehenden Bahnen verwendet wird.

Zweifellos, heißt es in dem englischen Bericht, stellt die Doppel-Gelenklokomotive — unter diesem Begriff sind im Gegensatz zu den Mallet-Lokomotiven mit nur einem Triebdrehgestell die Garratt-Lokomotive und ihre verschiedenen Spielarten zusammengefaßt — was den Kessel betrifft, eine vorzügliche Lösung dar. Die Feuerbüchse ist rechtwinklig und kann jede beliebige Größe erhalten. Der Langkessel ist kurz und dick und auch die Röhre können kurz und kräftig ausgeführt werden; Rohrlaufen ist daher eine seltene Erscheinung und der Durchströmwiderstand der Heizgase ist gering. Der Wirkungsgrad ist, wenn der Kessel gut entworfen ist, nicht übermäßig schlecht; es ist auch ein Vorteil, daß nach dem Anheizen der Druck rasch erreicht wird. Schon bei der ersten Garratt-Lokomotive, die von der Bahn in Dienst gestellt wurde, zeigte es sich ferner, daß die Bauart im Gegensatz zu den Mallet-Lokomotiven dieselben Geschwindigkeiten erreichen konnte, wie die Regellokomotiven. Vor allem aus diesem Grunde wurde auch in der Folgezeit die Lokomotive mit zwei Triebgestellen der Anordnung von Mallet vorgezogen und eine größere Zahl derartiger Lokomotiven gebaut, teils nach der eigentlichen Bauart Garratt, bei der die Vorratsbehälter unmittelbar auf den Triebgestellen ruhen, teils nach der Bauart Fairlie, bei der im Gegensatz dazu auch diese Behälter auf dem verbindenden Haupttrahnen liegen. Auch eine Verbindung beider Bauarten, „Union Bauart“ genannt, wurde versucht (2 C1 + 1 C 2-Lokomotive, Bauart Maffei). Keine dieser drei Spielarten hat sich im Betrieb den anderen wesentlich überlegen gezeigt. Von der Möglichkeit, die Lokomotiven vermöge ihrer symmetrischen Laufwerksdurchbildung nach beiden Fahrtrichtungen gleichmäßig verwenden zu können, hat man hauptsächlich auf Tunnelstrecken insofern Gebrauch gemacht, als man sie dort in der schwierigeren Richtung mit dem Führerstand voran fahren ließ, so daß die Bedienungsmannschaft durch die Rauchgase weniger belästigt wurde. Auch hat diese Eigenschaft der Lokomotiven vielfach das Drehen unnötig gemacht. Es läßt sich daher wohl sagen, daß die Lokomotive mit zwei Triebgestellen an sich eine gut durchdachte Bauform ist, welche es ermöglicht, die Leistung der Lokomotive innerhalb der durch die Umgrenzung und ähnliche Verhältnisse gezogenen Grenzen zu vergrößern. Aber leider haben sich auch allerlei Nachteile gezeigt, so daß man neuerdings sogar daran zu denken scheint, die Garratt-Bauart wieder zu verlassen und zu Versuchen mit einer großen 1 E 1-Dreizylinderlokomotive übergegangen ist.

Da jede Lokomotivhälfte für sich ein drei- oder vierfach gekuppeltes Fahrzeug vorstellt, so macht das Durchfahren von Krümmungen keine besonderen Schwierigkeiten, solange der Achsstand der beiden Lokomotivhälften dies zuläßt. Bei den meisten Garratt-Lokomotiven — soweit sie nicht zweiachsige Drehgestelle haben — ist jedoch die gegen das Lokomotivende

gerichtete Laufachse als radial einstellbare Bisselachse durchgebildet, während die inneren Laufachsen lediglich Seitenspiel aufweisen. Daraus ergibt sich, weil in jeder Fahrtrichtung eine dieser Achsen in dem jeweils hinten laufenden Triebgestell die Führung übernehmen muß, eine ungünstige Krümmungseinstellung dieses Gestelles und eine sehr unerwünschte, starke Abnutzung der Spurkränze. Dieser Mangel müßte sich allerdings leicht beseitigen lassen.

Weiter hat man gefunden, daß die Rahmen der Triebgestelle gern brechen. Man führt dies darauf zurück, daß diesen Rahmen die bei den Regellokomotiven vorhandene Versteifung durch die Verbindung mit dem Kessel fehlt, daß außerdem die Last nur in einem Punkt aufsitzt und daß schließlich noch besondere Beanspruchungen beim Befahren von Neigungswechseln hinzukommen, von denen weiter unten die Rede sein wird. Die Rahmen der Triebgestelle müssen daher in senkrechter und wagrechter Richtung besonders kräftig durchgebildet werden.

Wegen des großen Gesamtachsstandes der Garratt-Lokomotiven sind die meisten Drehscheiben für diese zu kurz. Die Folge davon ist, daß die Lokomotiven nicht in Rundschuppen eingestellt werden können, wenigstens, soweit hierzu ein Drehen erforderlich ist.

Die beiden Triebgestelle haben weiter in wagrechter Richtung wenig Spiel gegeneinander; bei der großen Länge der Lokomotive ergeben sich daraus beim Befahren starker Neigungswechsel die schon erwähnten Rahmenbeanspruchungen. Auf manchen — besonders den älteren — Strecken der Südafrikanischen Eisenbahnen sind derartige scharfe Neigungswechsel häufig und ihre Ausmerzung ist sehr teuer.

Die Garratt-Lokomotiven weisen auch mehr Heißläufer auf als die Regellokomotiven. Man glaubt dies darauf zurückführen zu müssen, daß die beiden Maschinenhälften in entgegengesetzter Richtung arbeiten und auch darauf, daß immer eine Maschinenhälfte hinter dem Aschkasten läuft, wo sie den Einwirkungen der Hitze und des Staubes stärker ausgesetzt ist.

Eine weitere Quelle für häufige Anstände bilden die langen Dampf- und -ausströmröhre mit ihren Kugelgelenken und Dehnungsstücken: Sie stehen z. T. unter hohem Druck und sind außerdem schlecht zugänglich. Vielfach liegen sie noch unterhalb der Achsen und müssen dann zuerst ausgebaut werden, wenn die Lokomotive auf die Achssenke kommen soll, was naturgemäß bei den häufigeren Heißläufern eine weitere Belastung vorstellt.

Mit der Abnahme der Wasser- und Kohlenvorräte vermindert sich das Reibungsgewicht und die Lokomotiven neigen dann zum Schleudern. Bei Bemessung der größten Zugkraft muß dieser Umstand mitberücksichtigt werden. Die Lokomotiven erreichen daher nicht ganz die Zugkräfte von zwei einzelnen Schlepptenderlokomotiven mit demselben gesamten Reibungsgewicht. Es hat sich tatsächlich auch gezeigt, daß eine Garratt-Lokomotive mit sechs gekuppelten Achsen einer einfachen Lokomotive mit fünf Kuppelachsen hinsichtlich der Zugkraft nicht merkbar überlegen ist und daß die Verwendung solcher vielteiliger Lokomotiven sich eigentlich nur lohnt, wenn die verlangte Zugkraft so groß ist, daß acht gekuppelte Achsen erforderlich sind.

Die Unterhaltungskosten für die Garratt-Lokomotiven sind hinsichtlich des Kessels niedrig, beim Triebwerk entsprechen sie etwa denen zweier einfacher Lokomotiven. Dazu kommt noch die vermehrte Arbeit, welche die beweglichen Dampf- und Schmierleitungen verursachen. Und wenn die Lokomotiven auch unter besonders günstigen Verhältnissen die doppelte Belastung zu schleppen vermögen und damit eine Bedienungsmannschaft ersparen, so sind sie andererseits doch wieder längere Zeit außer Betrieb als die einfachen Lokomotiven, weil bei Schäden an einer Maschinenhälfte stets die ganze Lokomotive ausfällt. Im ganzen sind sie sowohl im Betrieb wie auch in der Werkstätte unbeliebt, um so mehr, als sie überall außerordentlich viel Platz beanspruchen.

Die beiden, vor kurzem beschafften Versuchslokomotiven der Bauart 1 E 1 haben drei Zylinder von 540 mm Durchmesser und 711 mm Hub. Die Verwendung von nur zwei Zylindern war wegen der zu engen Umgrenzung nicht möglich, bei Vierzylinderanordnung hätten sich zwei Innenzylinder bei der schmalen Kapspur nicht mehr unterbringen lassen. Auch bei der gewählten

*) Organ 1928, S. 122.

Dreizylinderbauart mußte der Dampfdruck von dem sonst üblichen (12 bis 14 at) auf 15,2 at erhöht werden. Bei einem größten Achsdruck von 19 t sollen die Lokomotiven eine Zugkraft von 24 000 kg entwickeln. Da die Lokomotiven bei einem Treibraddurchmesser von 1448 mm sich ziemlich lang bauen, scheint aber das Durchfahren von Krümmungen noch Schwierigkeiten zu machen. Krümmungen mit 84 m Halbmesser können sie mit der gewählten Achsanordnung — vorderes Krauß-Gestell, mittlere (Treibachse) und nächstfolgende Kuppelachse ohne Spurkranz, Schleppachse radial einstellbar — nicht mehr befahren; Krümmungen mit 91 m Halbmesser nur dann, wenn alle Teile noch keine Abnutzung aufweisen. Andernfalls scheint die Gefahr vorhanden, daß die spurkranzlosen Achsen entgleisen. Man geht daher damit um, die beiden Mittelachsen wieder mit Spurkränzen zu versehen und dafür das Seitenspiel der anderen Achsen etwas zu vergrößern. Mit den Leistungen der 1 E 1-Lokomotiven scheint man im übrigen bisher zufrieden zu sein.

(Engineering 1929, Nr. 3319.)

R. D.

1 D 1 - h 2 Güterzuglokomotive der Buenos Ayres und Pacific-Bahn.

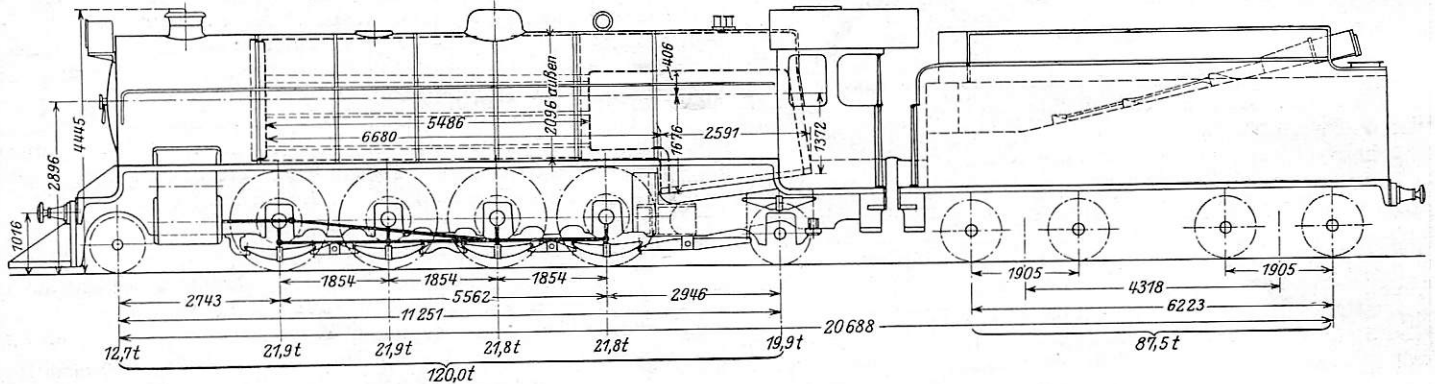
Die Lokomotive ist von Beyer, Peacock und Co. in Manchester gebaut und wegen ihrer außerordentlich großen Abmessungen bemerkenswert. Wenn man von den Gelenklokomotiven absieht, so dürfte sie wohl die schwerste Lokomotive sein, die man in England bisher für die Ausfuhr gebaut hat.

selbstnachstellenden Franklin-Achslagerkeile an den Kuppelachsen und die Dampf-Sandstreuereinrichtung von Lambert.

Der Tender läuft auf zwei zweiachsigen Fachwerkdrehgestellen und hat ein besonders großes Fassungsvermögen.

Die Hauptabmessungen von Lokomotive und Tender sind:

Spurweite	1676 mm
Kesselüberdruck	14,1 at
Zylinderdurchmesser	2 × 622 mm
Kolbenhub	762 „
Kesselmitte über Schienenoberkante	2896 „
Größter Durchmesser des Kessels — außen	2096 „
Feuerbüchse, Länge × Weite	2591 × 2124 „
Anzahl der Heizrohre	148 Stück
Durchmesser der Heizrohre	57 mm
Anzahl der Rauchrohre	36 Stück
Durchmesser der Rauchrohre	140 mm
Rohrlänge	5486 „
Heizfläche der Feuerbüchse	24,1 m ²
Heizfläche der Rohre	232,0 „
Heizfläche des Überhitzers	62,8 „
Heizfläche — im Ganzen — H	318,9 „
Rostfläche	4,28 „
Durchmesser der Treibräder	1702 mm
Durchmesser der Laufräder — vorn/hinten	940/1067 „
Durchmesser der Tenderräder	1067 „
Fester Achsstand (Kuppelachsen)	5562 „



1 D 1 - h 2 Güterzuglokomotive.

Dabei muß erwähnt werden, daß man schon beim Entwurf der Lokomotive bestrebt war, deren Gewicht möglichst niedrig zu halten; aus diesem Grund ist auch von der Verwendung von Barrenrahmen zugunsten des leichteren Blechrahmens abgesehen worden.

Die Textabbildung zeigt ein Typenbild der Lokomotive. Die Zylinder samt Steuerung liegen außen und treiben die dritte Kuppelachse an. Die nach vorn verlängerten Kolbenstangen werden nicht in Tragbüchsen geführt, sondern laufen mit besonderen, am vorderen Ende aufgesetzten kleinen Kreuzköpfen auf einschienigen Gleitbahnen, die zwischen Zylinder und Pufferbohle liegen. Die vordere und hintere Laufachse sind radial einstellbar. Sämtliche Kuppelachsen sind fest im Rahmen gelagert; die erste und vierte haben volle Spurkränze, bei der zweiten sind sie zurückgedreht, die Treibachse hat gar keinen Spurkranz. Zwischen der ersten und zweiten Kuppelachse sowie zwischen der dritten und vierten Kuppelachse und der Schleppachse sind Ausgleichhebel vorgesehen. Die Schleppachse hat Cartazzi-Achslager.

Der Kessel besitzt eine Verbrennungskammer und hat über 2 m Durchmesser. Auf dem Kesselrücken hinter dem Domsitz ein Turbogenerator für die elektrische Beleuchtung, dahinter sind vier Sicherheitsventile Bauart Ross angeordnet. Zur Kesselheizung dient neben einer gewöhnlichen Strahlpumpe von Davies und Metcalfe eine Abdampfstrahlpumpe derselben Firma.

Von der übrigen Ausrüstung sind noch zu erwähnen der Mehrventil-Regler, ein Detroit-Öler für die Zylinderschmierung und die Wakefield-Schmierpumpen für die Schmierung der Kuppelachslager, die Dampfsteuerung von Ragonnet, die

Ganzer Achsstand der Lokomotive	11251 mm
Ganzer Achsstand der Lokomotive einschl. Tender	20688 „
Reibungsgewicht G ₁	87,4 t
Dienstgewicht der Lokomotive G	120,0 t
Dienstgewicht des Tenders	87,5 t
Vorrat an Wasser	35,0 m ³
Vorrat an Kohle	15,2 t
H:R	74,4
H:G	2,65 m ² /t
H:G ₁	3,64 „
Zugkraft (nach der Quelle)	18230 kg

R. D.

(The Railw. Eng., 1929, Mai.)

Getriebelokomotive für Indien.

Von der Clayton-Wagenbaugesellschaft in Lincoln sind vor kurzem zwei Getriebelokomotiven für das nordwestliche Netz der Indischen Staatsbahnen gebaut worden. Die Lokomotiven leisten je 200 PS und sind bis auf das Getriebe vollständig gleich. Die eine ist für den Personenverkehr bestimmt und hat demzufolge eine Höchstgeschwindigkeit von 72 km/Std. erhalten, die andere für den Güter- und Verschiebedienst hat eine größte Geschwindigkeit von 32 km/Std.

Wie die Textabbildung zeigt, laufen die Lokomotiven auf zwei Achsen, die mit einer dazwischen liegenden Blindwelle mittels Stangen gekuppelt sind. Zum Antrieb dient eine stehende Vierzylinder-Dampfmaschine, die bei 400 Umdr./Min. 200 PS leistet. Zwischen Maschine und Blindwelle ist eine Zahnradübersetzung eingeschaltet. Die vier Zylinder von je 178 mm Durchmesser

und 254 mm Hub sind paarweise nebeneinander angeordnet und wirken auf zwei Kurbelwellen. Beide Kurbelwellen sind durch Zahneingriff gekuppelt; die eine von ihnen trägt das fliegend aufgesetzte Zahnrad für die Übersetzung. Das Kurbelgehäuse ist aus Stahlguß, die Zylinder mit den angegossenen Kreuzkopfführungen sind aus Gußeisen gefertigt. Die Kurbelwellen laufen auf der Getriebeseite in Rollenlagern, auf der entgegengesetzten Seite in Kugellagern. Die Kurbelstellungen sind so gewählt, daß bei jeder Umdrehung der Welle acht Auspuffschläge auftreten. Bei der Verschiebelokomotive, wo die Getriebeübersetzung $3\frac{1}{4}:1$ beträgt, wirken demnach bei jeder Umdrehung der Lokomotivachsen 26 Auspuffschläge; daraus ergibt sich der Vorteil einer gleichmäßigen und wirksamen Feueranfachung.

Die Kurbelstangen werden mittels einer Ölprelle geschmiert, die durch ein Exzenter von der Kurbelwelle angetrieben wird. Zur Schmierung der Zylinder dient ein Sichtöler im Führerstand. Die Dampfverteilung besorgen besondere Ein- und Auslaßventile, die mittels Nockenwelle über einen Kegelradantrieb betätigt werden. Zur Regelung der Füllung wird die Nockenwelle verschoben.

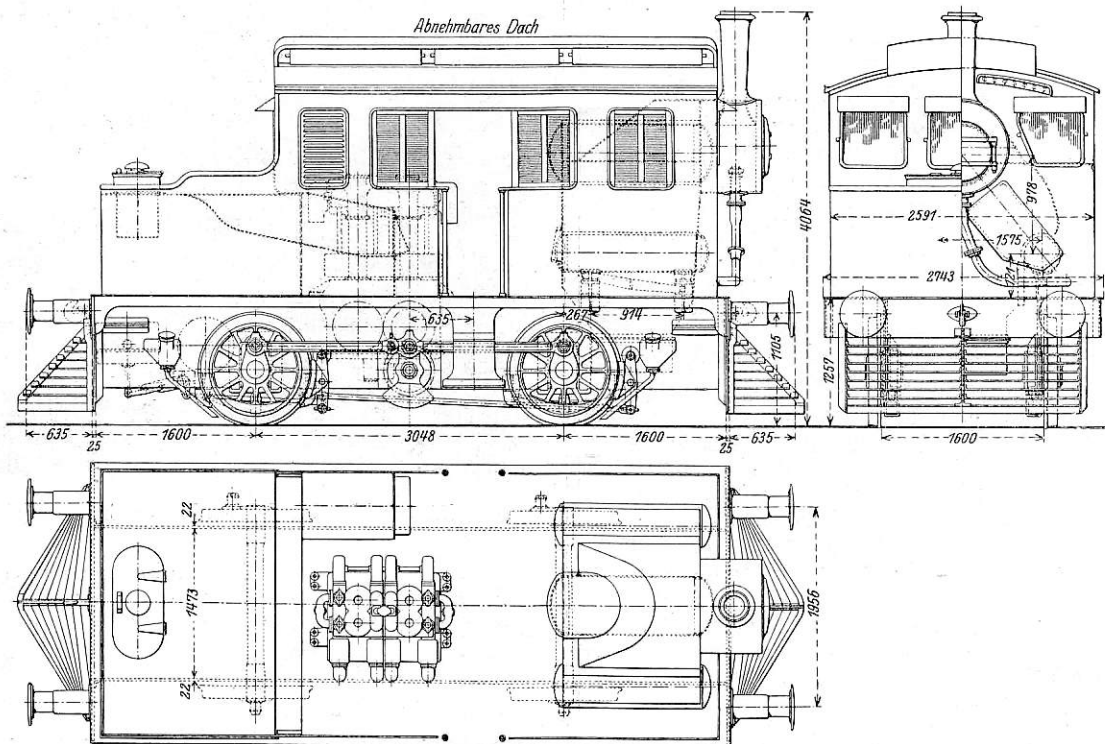
Die Verschiebelokomotive entwickelt eine Zugkraft von 6900 kg, die Personenzuglokomotive beim Anfahren eine solche von 4600 kg. Das Dienstgewicht derselben beträgt 30,75 t, die Verschiebelokomotive hat darüber hinaus noch ein Belastungsgewicht von 1,5 t. Der Wasservorrat beträgt $3,85\text{ m}^3$, der Kohlenbehälter faßt bei beiden Lokomotiven 1 t.

R. D.

(The Railw. Eng. 1929, Oktober.)

2 D1 + 1 D2 - h 4 Garratt-Lokomotive der Südafrikanischen Eisenbahnen.

Die Lokomotive ist in zwei Ausführungen von Beyer, Peacock und Co. in Manchester gebaut worden; sie ist z. Z. die größte und schwerste Kapspulokomotive der Welt. Ihr größter Achsdruck beträgt 18,8 t. Da bei früheren Garrattlokomotiven vielfach die Rahmen der Treibgestelle sich als zu schwach erwiesen haben und gebrochen sind, hat man bei der neuen Lokomotive auf eine kräftige Ausbildung derselben besonderen Wert gelegt. Sie sind als Barrenrahmen aus 127 mm starken Platten herausgeschnitten und durch widerstandsfähige



B h 4 Getriebelokomotive von Clayton.

Der White Forster-Kessel mit einem Betriebsüberdruck von 21,1 at ist von der Firma J. S. White & Co. geliefert. Er besteht aus drei Trommeln, einer oben liegenden, größeren, und zwei unten liegenden, die in Form eines umgekehrten V durch Wasserrohre miteinander verbunden sind. Hinter jeder der beiden Rohrreihen liegt ein Überhitzer-Rohrbündel. Der Kesselmantel, der über die obere Kesseltrommel hinweggeführt ist, ist nach vorn zu verlängert und bildet eine Rauchkammer mit Schornstein. Der Abdampf wird durch ein Blasrohr in der üblichen Weise abgeführt. Zwischen den beiden unteren Kesseltrommeln liegt der Rost; der Feuerraum ist mit feuerfesten Steinen ausgemauert. Der ganze Kessel ist zum Wärmeschutz mit Asbestmatten verkleidet.

Im Kesselmantel sind vorn und hinten geräumige Schautüren angebracht, durch welche die ganzen Rohrbündel freigelegt werden können. An beiden Böden der unteren Kesseltrommeln und am hinteren Boden der oberen Kesseltrommel sind Mannlöcher vorgesehen. Der Kessel soll bei Verbrennung bengalischer Kohle stündlich 1800 kg Dampf erzeugen.

Im Hinblick auf die Verwendung der Lokomotiven im tropischen Klima ist ihr Führerhaus mit Doppeldach und Schiebeläden ausgerüstet und künstliche Lüftung vorgesehen. Um die Lokomotive in beiden Fahrtrichtungen gleichmäßig verwenden zu können, ist auch Wert auf gute Streckensicht gelegt worden.

Stahlgußquerstücke versteift worden. Außerdem haben die beiden Treibgestelle gegeneinander allseitige Bewegungsfreiheit erhalten, so daß auch unzulässige Verwindungen als Ursache von Rahmenbrüchen vermieden werden. Das vordere Treibgestell hat zu diesem Zweck einen kugelig ausgebildeten Drehzapfen erhalten. Als weitere Neuerung gegenüber der Ausführung bei den bisherigen Garrattlokomotiven ist zu erwähnen, daß die inneren Laufachsen nicht mehr nur seitenverschiebbar, sondern nach der Krümmung einstellbar durchgebildet worden sind; die Einstellung der Treibgestelle in Krümmungen wird dadurch wesentlich verbessert. Die Kuppelachsen sind sämtlich fest im Rahmen gelagert; jedoch hat die äußerste derselben keinen Spurkranz erhalten, weil Krümmungen bis herab zu 91 m Halbmesser durchfahren werden sollen. Zur Beschickung des beinahe 7 m^2 großen Rostes ist ein mechanischer Rostbeschicker vorgesehen.

Die außerordentlich großen Abmessungen der Lokomotive sind aus der nachstehenden Zusammenstellung zu ersehen:

Spurweite	1067 mm
Kesselüberdruck	14,1 at
Zylinderdurchmesser	559 mm
Kolbenhub	660 „
Kesselmitte über Schienenoberkante	2591 „
Heizrohre, Anzahl/Durchmesser	263 Stck/51 „

Rauchrohre, Anzahl/Durchmesser	50 Stk/140 mm
Heizfläche der Rohre und der Feuerbüchse	313,6 m ²
„ des Überhitzers	75,0 „
„ im Ganzen, H.	388,6 „
Rostfläche R	6,91 „
Durchmesser der Treibräder	1219 mm
„ der Laufräder, vorn/hinten an jedem	
Treibgestell	724/838 „
Fester Achsstand jedes Gestelles	2743 „
Ganzer „ „ „	8433 „
„ „ der Lokomotive	25476 „
Abstand der Drehzapfen	12649 „
Reibungsgewicht G ₁	149,5 t
Dienstgewicht der Lokomotive G	217,1 „
Vorrat an Wasser	31,6 m ³
„ „ Brennstoff (Kohle)	12,0 t
Zugkraft (nach der Quelle)	35700 kg
H:R	56
H:G	1,8
H:G ₁	2,6
(The Railw. Eng. 1929, Sept.)	R. D.

2C - h3v Hochdruck - Versuchslokomotive der London, Midland and Scottish Railway.

Die Lokomotive, die Ende des vergangenen Jahres fertiggestellt wurde, ist unter Aufsicht des leitenden Maschineningenieurs der Bahn, Henry Fowler, von der Heißdampf-Gesellschaft zusammen mit der Nordbritischen Lokomotiv-Gesellschaft gebaut worden. Im allgemeinen Aufbau des Fahrzeugteils entspricht sie der als Royal Scott-Klasse bekannten 2C-h3-Schnellzuglokomotive der Eigentumsbahn. Der neue Hochdruckkessel weicht aber völlig von der bisherigen Bauart ab, und ebenfalls mit Rücksicht auf die Verwendung des hochgespannten Dampfes ist die bisherige Drillingsanordnung durch die Dreizylinder-Verbundanordnung ersetzt worden.

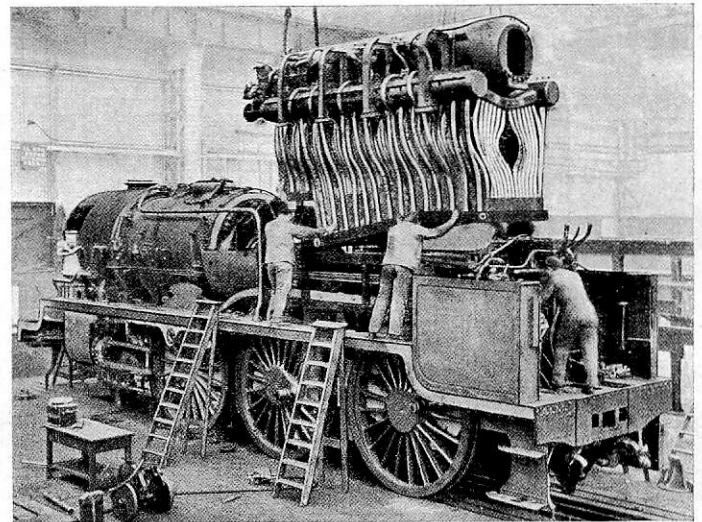
Der Hochdruckzylinder hat einen Durchmesser von 292 mm und einen Hub von 660 mm. Er liegt vorgeschoben zwischen den Rahmen etwa in Höhe der vorderen Laufachse und treibt die erste Kuppelachse an. Die beiden Niederdruckzylinder mit 457 mm Durchmesser und ebenfalls 660 mm Hub liegen außen zwischen den Drehgestellrädern und treiben die zweite Kuppelachse an. Alle drei Zylinder sind unter 1:50 geneigt.

Die Bauart des Kessels entspricht im wesentlichen derjenigen der bekannten Hochdrucklokomotive, die Henschel vor einigen Jahren für die Deutsche Reichsbahn aus einer 2C-h3-Lokomotive der Bauart S 10² umgebaut hat*). Wie der Kessel dieser Lokomotive besteht auch der englische aus drei Teilen mit verschiedenem Dampfdruck: einem unmittelbar beheizten aus Wasserrohren gebildeten Stehkessel für Drücke von 98 bis 126 at, einem darüberliegenden, nur mittelbar beheizten Behälter für 63 at und einem an der Stelle des sonst üblichen Langkessels liegenden Rundkessel für 17,6 at, der Heizrohre und Überhitzer enthält. Die senkrecht stehenden Rohre des Stehkessels sind unten in einen Grundring eingesetzt und münden oben in zwei Dampftrommeln. Im vorderen Teil sind einige der Rohre mittels eines besonderen, kleineren Grundrings zusammengefaßt und als Wände einer Verbrennungskammer ausgebildet worden. Von den beiden Dampftrommeln führen Rohrslangen durch das Innere des 60 at-Kessels, der auf diese Weise mit dem hochgespannten Dampf des Stehkessels beheizt wird. Die Trommel dieses Kesselteils ist aus Nickelstahl in einem Stück hergestellt und ganz bearbeitet. Der im 60 at-Kessel erzeugte Dampf wird im Hochdruckzylinder verarbeitet. Der Mantel des Niederdruckkessels besteht ebenfalls aus Nickelstahl, seine Böden aus Flußstahl.

*) Organ 1926, S. 76.

Das Röhrensystem des Stehkessels bildet einen geschlossenen Wasser-Dampf-Kreislauf, dem Wasser weder zugeführt noch entnommen wird. Der 60 at-Kessel wird aus dem Niederdruckkessel gespeist. Dieser wiederum wird mittels zweier Strahlpumpen mit Frischwasser gespeist. Die eine davon arbeitet mit Frischdampf, die andere mit Abdampf. Um ein Abblasen des 60 at-Kessels bei guter Dampferzeugung zu vermeiden, kann von diesem auch Dampf in den Niederdruckkessel zurückgeführt werden.

Der Reglerhandgriff betätigt zu gleicher Zeit sowohl den Hochdruck-, als auch den Niederdruckregler. Der Dampf strömt über einen in den unteren Heizrohren des Niederdruckkessels liegenden Hochdrucküberhitzer zunächst in den Hochdruckzylinder. Sodann gelangt er in eine Mischkammer, wo er mit Niederdruckdampf gemischt wird, der vorher durch einen besonderen, im oberen Teil des Niederdruckkessels liegenden Niederdrucküberhitzer geführt wird. Der so gemischte Dampf wird dann in den beiden Niederdruckzylindern vollends verarbeitet.



Einbau des Hochdruckkessels in die Lokomotive.

Die Textabbildung zeigt den Einbau des Hochdruckkessels in die Lokomotive. Im folgenden sind noch einige Hauptabmessungen derselben zusammengestellt:

Arbeitender Kesselüberdruck, Hochdruck/Niederdruck	63/17,6 at
Zylinderdurchmesser, Hochdruck/Niederdruck 292/2 × 457 mm	
Kolbenhub	660 „
Durchmesser der Treibräder	2057 „
Achsstand der Kuppelachsen	4674 „
Ganzer Achsstand der Lokomotive	8382 „
„ „ der Lok. einschl. Tender	16085 „
Ganze Länge der Lok. einschl. Tender	19587 „
Kesselmitte über Schienenoberkante	2832 „
Reibungsgewicht	64,1 t
Dienstgewicht der Lokomotive	88,3 „
Achsdruck der 1. Kuppelachse	21,3 „
„ „ 2. „ „	21,1 „
Dienstgewicht der Lok. einschl. Tender	132,8 „
Zugkraft (nach der Quelle)	15100 kg
Metergewicht	6,8 t/m

Die Lokomotive soll demnächst Versuchsfahrten mit schweren Schnellzügen auf der Strecke zwischen Glasgow und London ausführen.

R. D.

(The Railw. Eng., Februar 1930).

Berichtigung.

In der Zusammenstellung 2 auf Seite 172 des Lokomotivfachheftes I. Teil ist die in Deutschland übliche Bezeichnung der Bauart nicht überall richtig angegeben. Die Nahzuglokomotive Reihe 242 ist eine 2D2 Lokomotive, die Güterzuglokomotive 151 und die Rangierlokomotive 151 haben die Bauart 1E1. — Ferner sei bemerkt, daß die angeführten Personenzug- und Güterzuglokomotiven Schlepptender haben, während die Nahzug- und Rangierlokomotiven Tenderlokomotiven sind.