

### Die freien Lenkachsen im Gleisbogen bei Zweipunktberührung.

Von Prof. Dr. Ing. Heumann, Aachen.

Hierzu Tafel 29.

#### Aufgabe der Untersuchung.

Im Anschluß an meine Untersuchung der freien Lenkachsen im Gleisbogen bei Einpunktberührung\*) sollen hier die gleichen Achsen bei Zweipunktberührung in der gleichen Weise behandelt werden. Jene Arbeit wird hier als bekannt vorausgesetzt; die hier angewandten Bezeichnungen entsprechen den dortigen. Auch hier werden nacheinander die im strengen Sinne „freie“ Achse und die „freie Lenkachse“ betrachtet. Auch hier soll gezeigt werden, wie sich die freien Lenkachsen im Bogen verhalten bei verschiedenem Umriß von Rad und Schiene, verschiedenem Bogenhalbmesser, verschiedenem Radstand, verschiedener Stärke der Rückstellvorrichtung, verschieden großen Seitenkräften und verschieden schwerer Ladung von zweiachsigen Fahrzeugen bei Außen- und Innenanlauf. Bäseler hat zwar schon allgemein das Verhalten der freien Lenkachsen bei Zweipunktberührung in seiner Arbeit „Das Geheimnis der freien Lenkachsen“\*\*) untersucht, aber nur ihr Gleiten bei Außenanlauf und nicht in ihrer Abhängigkeit von allen genannten wichtigen und in weiten Grenzen veränderlichen Größen. Daher dürfte die vorliegende Arbeit nicht überflüssig sein.

#### Bereich der Ein- und Zweipunktberührung.

Vielfach wird in der einschlägigen Literatur Zweipunktberührung als Regelfall vorausgesetzt. Wir wollen zunächst die geometrischen Bedingungen für das Auftreten von Ein- und Zweipunktberührung entwickeln und sehen, ob diese Voraussetzung zutrifft.

Bei Zweipunktberührung im Bogen berühren das anlaufende Rad und die Schiene einander einmal mit dem Radreifen und der Schienenkopfoberfläche, ziemlich genau senkrecht unter der Radsatzdrehachse, in Punkt A, und außerdem mit dem Spurkranz und der Schienenkopfabrundung oder -flanke, etwas vor der durch die Radsatzdrehachse gelegten lotrechten Ebene, der „Meridianebene“, in Punkt  $\mathcal{U}$ . Bei Einpunktberührung im Bogen fehlt Punkt A und liegt Punkt  $\mathcal{U}$  in der Radhohlkehle, ebenfalls vor der Meridianebene des Radsatzes, aber weniger vor ihr. Die Neigung der in der Schienenquerschnittebene im Berührungspunkt  $\mathcal{U}$  an Rad und Schiene gelegten gemeinsamen Berührenden gegen die Waagrechte sei mit  $\text{tg } \beta$  bezeichnet. Ob nun Rad und Schiene einander in einem oder in zwei Punkten — genauer in kleinen um diese Punkte herumliegenden Flächen — berühren, hängt ab von dem Profil beider und von der Stellung beider zueinander. Das Profil ist sehr verschieden. Dieser Verschiedenheit wird unten Rechnung getragen. Die Stellung sei bezogen auf ein räumliches Koordinatensystem, dessen X-Achse waagrecht längs in der Momentanrollrichtung des Radsatzes, dessen Y-Achse quer in der Richtung der Radsatzdrehachse und dessen Z-Achse senkrecht zur X-Y-Ebene\*\*\*)

\*) Siehe Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1933, Heft 17 und 19, im folgenden kurz als „Arbeit von 1933“ bezeichnet.

\*\*) Siehe Ztg. Ver. mitteleurop. Eisenb.-Verw. 1929, Nr. 14 vom 4. April.

\*\*\*) Diese durch die Radsatzdrehachse gelegte Ebene sei in der vorliegenden Arbeit als „waagrecht“ bezeichnet. „Lotrecht“ sei senkrecht hierauf.

liegt. Die Stellung beider Körper zueinander kann zwischen folgenden Grenzen liegen. Von der „Radial“- oder Mittelstellung zum Gleis weicht der Radsatz im Gleisbogen ab um den „Anlaufwinkel“  $\alpha$ , der auf Vollbahnen bis zu etwa  $20^\circ$  betragen, auf Kleinbahnen erheblich größer sein kann. Die Radsatzdrehachse und die Höhenachse des Schienenprofils sind um  $\sim 90^\circ$  bis  $\sim 90^\circ + \gamma$  gegeneinander geneigt, wenn  $\gamma \sim \text{tg } \gamma$  den Winkel der Schrägstellung der Schiene gegen die Normale auf der Gleisebene bedeutet; weit verbreitet ist  $\gamma = 1/20$ . Der Höhe nach kann bei Einpunktberührung das anlaufende Rad zur Schiene verschieden stehen. Mit dieser Höhenlage ändert sich der Winkel  $\beta$  gegen die Waagrechte, unter dem beide einander berühren. Bei Zweipunktberührung liegt die Höhe des Rades zur Schiene und damit auch der Winkel  $\beta$  geometrisch fest.

Wir wollen nun bei Mittel- oder „Radial“-stellung des Radsatzes, d. h. bei  $\alpha = 0$ , rein geometrisch denjenigen Berührungswinkel  $\beta = \beta''$  von Rad und Schiene im Berührungspunkt  $\mathcal{U}$  ermitteln, bei dem ein anlaufendes Rad irgend-

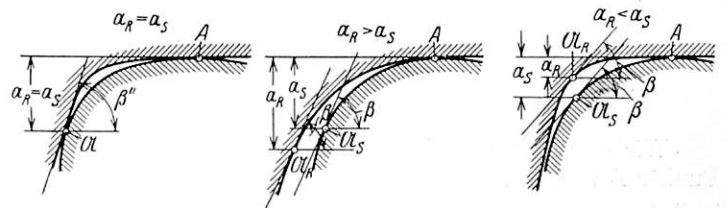


Abb. 1.

eines Profils auf irgendeinem Schienenprofil bei irgendeiner Neigung  $\gamma$  gerade an der Grenze zwischen Ein- und Zweipunktberührung ist. Er gibt uns an, wann Ein- und wann Zweipunktberührung auftreten können. Wir setzen dabei voraus, daß sowohl das Rad- wie das Schienenprofil seine Neigung gegen die Waagrechte in den für die Berührung in Frage kommenden Teilen von oben nach unten stetig vergrößert, was wohl fast immer zutrifft. Dann ist dieser Grenzwert  $\beta''$  von  $\beta$  dadurch festgelegt, daß bei Zweipunktberührung der senkrechte Abstand  $a$  vom Berührungspunkt A des Radreifens mit dem Schienenkopf bis hinab zu den beiden für die seitliche Berührung in  $\mathcal{U}$  in Frage kommenden Punkten eines gleichen  $\beta = \beta''$  auf dem Radprofil ( $a_R$ ) einerseits und auf dem Schienenprofil ( $a_S$ ) andererseits gleich groß sein muß, s. Abb. 1. Bei diesem  $\beta = \beta''$  und nur bei ihm kann Zweipunktberührung auftreten, — vorausgesetzt, daß Rad und Schiene ein so großes  $\beta$  besitzen! — An Punkten gleichen  $\beta$ , deren Abstand  $a$  auf dem Radreifen ( $a_R$ ) größer ist als auf der Schiene ( $a_S$ ), ist nur Einpunktberührung möglich, an Punkten, deren  $a_R$  kleiner ist als ihr  $a_S$ , ist überhaupt keine Berührung möglich. Das folgt unmittelbar aus den geometrischen Beziehungen, s. Abb. 1. Haben Rad und Schiene Zweipunktberührung in  $\mathcal{U}$  mit einem gewissen Winkel  $\beta''$ , so können sie einander bei größerem  $\beta$  nur in Einpunktberührung berühren, unter Anheben des Rades vom Scheitel der Schiene.

In Abb. 2 sind Schienen- und Radprofil, absichtlich verzerrt, dargestellt.  $b$  bezeichnet die Kopfbreite,  $r_S$  den Halb-

messer der seitlichen Schienenkopfabrundung,  $R_K$  den Halbmesser der Schienenscheitelwölbung,  $U_S$  den Punkt des Übergangs von einem zum andern,  $r_R$  den Halbmesser der Hohlkehle, in der noch der Berührungspunkt  $\mathcal{A}$  liegen soll,  $U_R$  den Punkt des oberen Beginns der Hohlkehle,  $\text{tg } \delta \sim \delta$  die Neigung der Radreifenkegelderzeugenden gegen die Radsatzdrehachse.

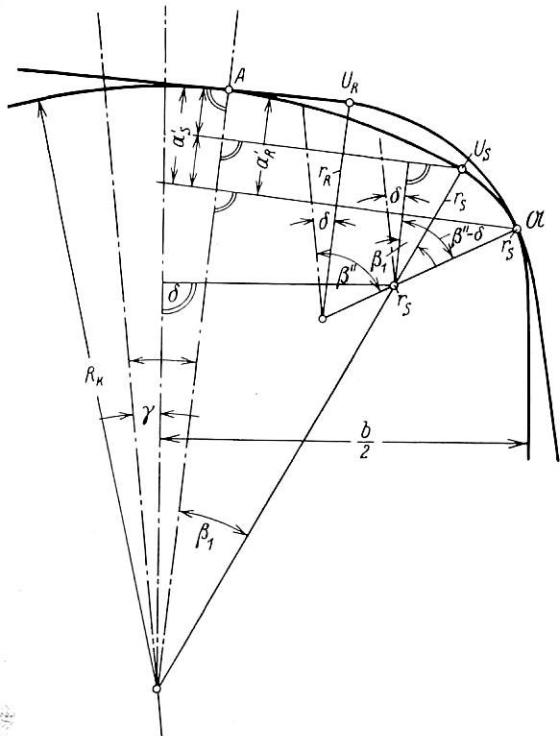


Abb. 2.

Wir ermitteln nun nicht den senkrechten Abstand  $a$  der Punkte  $A$  und  $\mathcal{A}$ , sondern ihren Abstand  $a'$  auf der Normalen zum Radreifenkegelprofil in  $A$ . Dann ist:

$$a_{R'} = r_R \cdot [1 - \cos(\beta'' - \delta)]$$

$$a_{S'} = R_K \cdot (1 - \cos \beta_1) + r_S [\cos \beta_1 - \cos(\beta'' - \delta)]$$

mit

$$\sin(\beta_1 + \delta - \gamma) = \frac{\frac{b}{2} - r_S}{R_K - r_S}$$

woraus  $\cos \beta_1$  ermittelt werden kann. Aus Gleichsetzen von  $a_{R'}$  und  $a_{S'}$  erhalten wir:

$$\cos(\beta'' - \delta) = \cos \beta_1 \cdot \frac{R_K - r_S}{r_R - r_S} - \frac{R_K - r_R}{r_R - r_S} \dots 1)$$

Für den besonders häufigen Fall, daß  $\delta = \gamma$  ist, erhalten wir:

$$\sin \beta_1 = \frac{\frac{b}{2} - r_S}{R_K - r_S}$$

oder

$$\cos \beta_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{b}{2} - r_S}{R_K - r_S}\right)^2}$$

und

$$\cos(\beta'' - \delta) = \frac{1}{r_R - r_S} \left\{ \sqrt{(R_K - r_S)^2 - \left(\frac{b}{2} - r_S\right)^2} - (R_K - r_R) \right\} \dots 1a)$$

Mit den Zahlenwerten des Vollbahnreifenprofils des VMEV und des Schienenprofils S 49 der Deutschen Reichsbahn:  $r_R^{\text{mm}} = 15$ ,  $\text{tg } \delta \sim \delta = 0,05$ ,  $r_S^{\text{mm}} = 14$ ,  $R_K^{\text{mm}} = 200$ ,  $b^{\text{mm}} = 67$  erhalten wir für  $\gamma = \delta$  aus Gl. 1a), unter der Voraussetzung, daß  $\beta$  beliebig groß werden kann,  $\beta'' = 94^\circ 10'$  oder,

da dies  $\beta$  vom Spurkranz nicht zur Verfügung gestellt wird, dessen größtes  $\beta$ , im vorliegenden Fall  $\beta'' \sim 60^\circ$ . Für  $\gamma = 0$  wird  $\beta'' = 48^\circ 50'$ !

Bei vollkommen neuer genau senkrecht zur Gleisebene stehender Schiene dieses Profils mit stark gewölbtem Kopf ist also bei  $\alpha = 0$  nur mit  $\beta'' = 48^\circ 50'$  Zweipunktberührung möglich, mit größerem  $\beta$  dagegen nur Einpunktberührung, unter Abheben des Rades von der Schiene, so auch mit  $\beta = 60^\circ$ ! Wenn also die zum Schwenken des Fahrzeugs im Bogen erforderliche auf das anlaufende Rad von der Außenschiene ausübende Richtkraft so groß ist, daß sie ein  $\beta'' > 48^\circ 50'$  erfordert, ist mit diesem bei genau senkrecht stehender Schiene in der Radialstellung des Radsatzes nur Einpunktberührung geometrisch möglich, obwohl die starke Kopfwölbung Zweipunktberührung begünstigt. Mit wachsendem  $\alpha$  wächst allerdings das kritische  $\beta = \beta''$  stark, wie ich in meiner Arbeit „Spurkranz und Schienenkopf“\*) auseinandergesetzt habe. Eine Richtkraft, die  $\beta > 49^\circ$  erfordert, kommt bei freien Lenkachsen zwar nicht, bei führenden Rädern mehrachsiger steifachsiger Gestelle oder Fahrzeuge aber wohl, vor.

Nun flacht sich im Betrieb die Wölbung des Schienenkopfscheitels sehr bald ab. Eine geringe Abflachung, d. h. Vergrößerung von  $R_K$ , genügt aber schon, wie Gl. 1) und 1a) zeigen, um  $\beta''$  stark sinken zu lassen, Zweipunktberührung bei  $\alpha = 0$  und  $\gamma = 0$  überhaupt auszuschließen. In meiner Arbeit über „Spurkranz und Schienenkopf“\*) habe ich gezeigt, daß bei neuen Rädern und Schienen der oben angenommenen und ähnlicher Profile, nur mit abgeflachtem Schienenkopf, bis zu einem Anlaufwinkel  $\alpha$  bis zu etwa  $2^\circ$  nur Einpunktberührung geometrisch möglich ist. Weiter habe ich dort gezeigt, daß dagegen beim Überfahren von Weichenungen in der Regel nur Zweipunktberührung möglich ist und daß unter Wirkung der starken Abnutzung von Rad und Schiene im Betrieb die Einpunktberührung im allgemeinen bald verloren und in eine Einlinien- genauer Einflächenberührung übergeht, die als erweiterte Einpunktberührung aufzufassen ist. Selbst ursprüngliche Zweipunktberührung geht durch die Abnutzung im Betrieb allmählich über Zweiliniens- in Einlinienberührung über, wie die Umrisse abgenutzter Radreifen und Schienen deutlich zeigen. Und wenn sich, wie an anderer Stelle schon gesagt, ein Rad durch natürliche Abnutzung im Bogen auf Einlinienberührung bei einem gewissen mittleren Anlaufwinkel  $\alpha_m$  eingespielt hat, hat es Einpunktberührung bei kleinerem, Zweipunktberührung bei größerem  $\alpha$ . Läuft es aus der Geraden in einen Bogen ein unter allmählichem Anwachsen seines Anlaufwinkels von Null auf  $\alpha_m$ , so hat es während des Einlaufens Einpunktberührung und erst während des Durchlaufens des Bogens Einlinienberührung, Zweipunktberührung dagegen nur bei Vergrößerung seines Anlaufwinkels über das Regemaß des Durchfahrens  $\alpha_m$  hinaus durch außerordentliche äußere Einflüsse. Die Abnutzung im Betrieb verkleinert im allgemeinen den Halbmesser  $r_R$  der Radreifenhohlkehle und den Halbmesser  $r_S$  der seitlichen Schienenkopfabrundung. Kommt ein so abgenutzter Radreifen in einen Bogen mit neuen Schienen, so tritt leicht Zweipunktberührung auf, weil dann der verkleinerte Hohlkehlenhalbmesser kleiner sein kann als der noch nicht verkleinerte Halbmesser der seitlichen Schienenkopfabrundung. Auch diese Zweipunktberührung wird natürlich durch die Abnutzung im Betrieb der Einlinienberührung zugeführt. Im ganzen dürfte im Vollbahnbetrieb im Gegensatz zu der oft gemachten Voraussetzung Zweipunktberührung weniger auftreten als Einpunktberührung, und sie ist immer nur eine Übergangsform zur endgültigen Einlinienberührung. Im folgenden soll stets vorausgesetzt sein, daß die geometrischen Bedingungen für Zweipunktberührung erfüllt sind.

\*) Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1931, Heft 23 und 24.

**A. Die freie Achse.**

**1. Statik der freien Achse.**

a) Bei Außenanlauf.

Bei Einpunktberührung kann ein freier Radsatz Bögen sehr verschiedenen auch ziemlich kleinen Halbmessers rein-

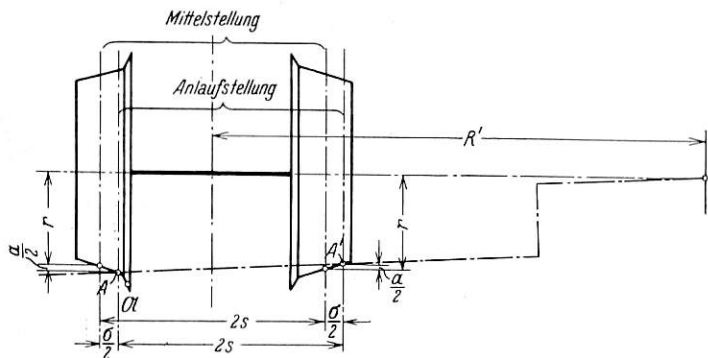


Abb. 3.

rollend durchlaufen, weil sein anlaufendes Außenrad an verschiedenen Stellen seiner Reifenhohlkehle, also mit verschieden großen Laufkreisen, die Außenschiene berühren und sich auf sie stützen kann. Bei Zweipunktberührung dagegen ist das nur in einem Bogen ganz bestimmten Halbmessers  $R = R'$  möglich, weil das Außenrad sich nur an einer ganz bestimmten geometrisch festgelegten Stelle seiner Lauffläche bei gleichzeitigem leichten Anlauf des Spurranzes an die Außenschiene stützen kann. Bei Rollen in flacheren Bögen besteht keine Zweipunktberührung mehr. Dieser „Roll“halbmesser  $R'$  ist in bekannter, durch Abb. 3 veranschaulichter Weise festgelegt zu

$$R' \sim \frac{2rs}{a}, \text{ also um so kleiner, je größer } a,$$

der Unterschied der beiden Laufkreishalbmesser, d. h. je größer bei gleicher Laufflächenkegelneigung das Seitenspiel  $\sigma$  der Achse im Gleis ist. Dabei ist  $\alpha = 0$ . Mit den auf Vollbahnen häufigen Werten:  $r = 0,5 \text{ m}$ ,  $2s = 1,5 \text{ m}$ ,  $a = 11/20 \text{ mm}$  entsprechend einem Querspiel des Radsatzes im Gleis = 11 mm ergibt sich ein  $R' = 1363 \text{ m}$ ; es wird also sehr groß, während bei Einpunktberührung sehr viel engere Bögen kegel- und pendelrollend durchlaufen werden können.

In Abb. 4 ist schematisch ein unter  $\alpha$  mit Zweipunktberührung an der Außenschiene eines scharfen Bogens anlaufender freier Radsatz dargestellt mit den an ihm in der X-, Y- und Z- oder in der Längs-, Quer- und senkrechten Richtung angreifenden Kräftekomponenten und außerdem mit den im Aufstandspunkt A des Außenrades auftretenden Längs- und Quer-Gleitgeschwindigkeitskomponenten  $v_{xA}$  und  $v_{yA}$  die zusammen die Gleitgeschwindigkeit  $v_A = \sqrt{v_{xA}^2 + v_{yA}^2}$  des Punktes A ergeben. Wie beim freien Radsatz mit Einpunktberührung ergibt sich hier:

$$v_{xA} = z_A \cdot \omega_y \sim z_A \cdot \frac{R}{r} \cdot \omega_z$$

$$v_{yA} = p \cdot \omega_z = \frac{p}{R} \cdot R \cdot \omega_z = \alpha \cdot R \cdot \omega_z^*),$$

also

$$v_A = \omega_z \cdot R \cdot \sqrt{\frac{z_A^2}{r^2} + \alpha^2},$$

daraus die Gleitwiderstandskomponenten in Punkt A mit dem Normaldruck  $N_A$

$$\text{längs: } K = f N_A \cdot \frac{v_{xA}}{v_A} = f N_A \cdot \frac{z_A}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{z_A^2}{r^2} + \alpha^2}} \dots 2)$$

$$\text{quer: } G = f N_A \cdot \frac{v_{yA}}{v_A} = f N_A \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\frac{z_A^2}{r^2} + \alpha^2}} \dots 3).$$

Die Ausdrücke für die Gleitwiderstandskomponenten in  $\mathfrak{A}$  und  $A'$  bleiben unverändert, lauten also:

$$\mathfrak{K} = f N \cdot \frac{z}{r} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{z}{r}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\cos \beta}\right)^2}} \dots 4),$$

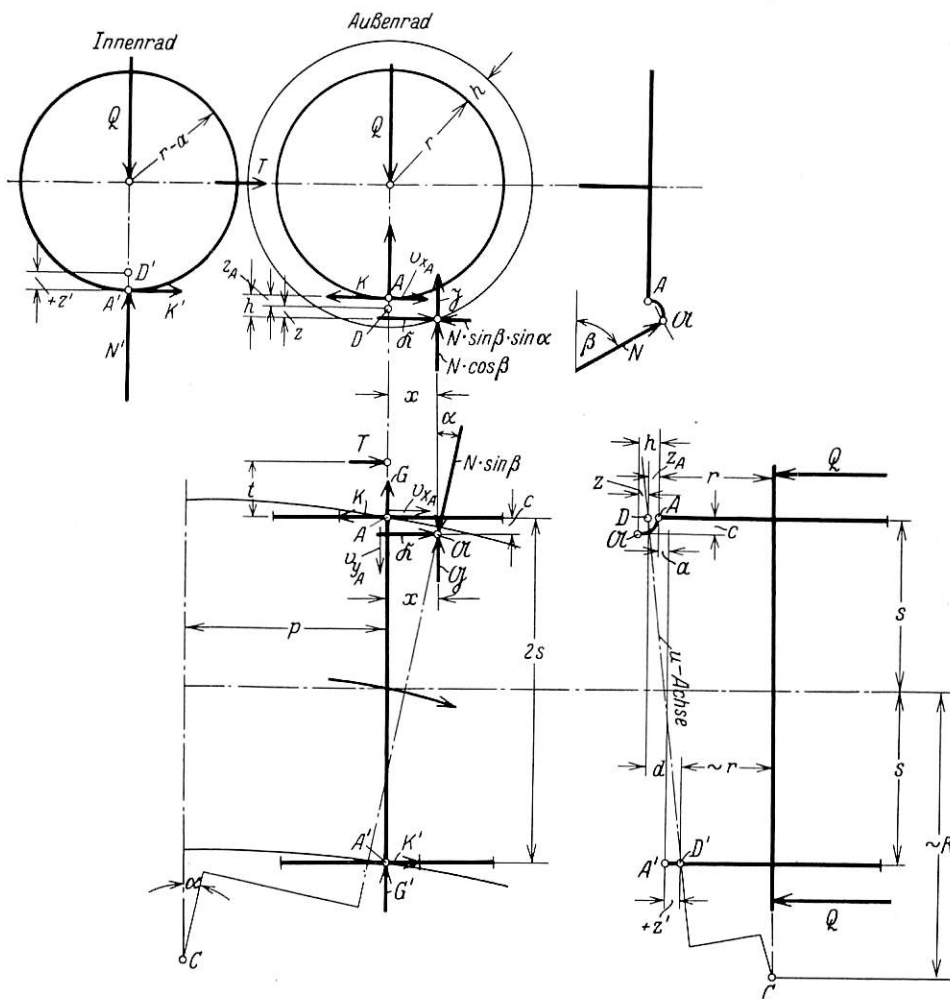


Abb. 4.

$$\mathfrak{G} = f N \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\left(\frac{z}{r}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\cos \beta}\right)^2}} \dots 5),$$

$$\mathfrak{K} = f N \cdot \frac{\alpha \cdot \text{tg } \beta}{\sqrt{\left(\frac{z}{r}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\cos \beta}\right)^2}} \dots 6),$$

\*)  $\alpha$  ist immer im Bogenmaß ausgedrückt,  $\sin \alpha$  kann wegen der Kleinheit des Winkels  $= \alpha$  gesetzt werden.

$$K' = f Q \cdot \frac{z'}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{z'}{r}\right)^2 + \alpha^2}} \dots\dots\dots 7),$$

$$G' = f Q \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\left(\frac{z'}{r}\right)^2 + \alpha^2}} \dots\dots\dots 8).$$

2s bezeichnet in Abb. 4 den Abstand der beiden durch A und A' gehenden Laufkreisebenen, c den kleinen Abstand des Punktes  $\mathcal{A}$  von der äußeren Laufkreisebene; t ist bis zu dieser Ebene gemessen. Auch c liegt geometrisch fest.

Die Komponenten- und Momentengleichungen für das Gleichgewicht des mit konstantem  $\alpha$  unter Gleiten den Bogen durchlaufenden Radsatzes heißen somit:

Gleichung der Längskräfte (in X-Richtung):

$$T + \mathcal{R} + K' - K - N \cdot \sin \beta \cdot \alpha = 0 \dots\dots\dots 9),$$

Gleichung der Querkräfte (in Y-Richtung):

$$G + G' + \mathcal{G} - N \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots 10),$$

Gleichung der lotrechten Kräfte (in Z-Richtung):

$$-N \cdot \cos \beta - \mathcal{S} - N_A + Q^*) = 0 \dots\dots\dots 11),$$

Gleichung der Momente um eine durch  $\mathcal{A}$  gehende parallel zur Radsatzdrehachse liegende Querachse:

$$T(r + h) - Q \cdot x - K \cdot h + K'(h + a) + N_A \cdot x = 0 \dots\dots\dots 12)$$

Gleichung der Momente um eine durch  $\mathcal{A}$  gehende lotrechte Achse:

$$T(t + c) + (G' + G) \cdot x - K' \cdot (2s - c) - K \cdot c = 0 \dots\dots\dots 13).$$

Weiter bestehen die geometrischen Beziehungen:

$$z + d = z' + a + h \dots\dots\dots 14),$$

worin a und h als geometrisch fest liegend bekannt sind,

$$d \sim 2s \cdot \frac{r}{R} \dots\dots\dots 15),$$

$$z_A + z = h \dots\dots\dots 16)$$

und

$$x = (r + h) \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \dots\dots\dots 17),$$

Es stehen somit zur Verfügung 16 Gleichungen für die 17 Unbekannten: N,  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{S}$ ,  $N_A$ , K, G, K', G', T, t, z, z',  $z_A$ , d, x und  $\alpha$ . Mithin ist auch hier wie bei Einpunktberührung in jeder Bogenkrümmung bei jedem konstant bleibenden Anlaufwinkel  $\alpha$  Gleichgewicht möglich bei entsprechender Triebkraft T an entsprechendem Hebelarm t.  $\beta$  liegt hier geometrisch fest.  $\alpha$  ist auch hier praktisch nach oben begrenzt, bei Vollbahnen auf etwa 2°. t kann in sehr weiten Grenzen schwanken, positiv und negativ sein. Die Aufgabe, aus diesen 16 Gleichungen 16 Unbekannte für irgendein R und  $\alpha$  zu bestimmen, ist nicht schwierig, aber umständlich. Wir entwickeln auch hier zunächst ein

*Näherungsverfahren für  $\alpha \geq \alpha'$ ,*

wobei  $\alpha'$  dadurch gekennzeichnet sei, daß  $\frac{z'}{r}$  oder  $\frac{z_A}{r}$ , und zwar jeweils das größere von beiden ziemlich klein gegenüber  $\alpha$  und daß  $\frac{z}{r}$  ziemlich klein gegenüber  $\frac{\alpha}{\cos \beta}$  ist. Die untere Grenze der Gültigkeit dieses Näherungsverfahrens ist demnach etwas fließend und muß durch Probieren bestimmt werden.

Für  $\alpha > \alpha'$  lauten die Gleichungen der Gleitwiderstandskomponenten:

$$K \sim f N_A \cdot \frac{z_A}{r \cdot \alpha} \dots\dots\dots 2a),$$

$$G \sim f N_A \dots\dots\dots 3a),$$

$$\mathcal{R} \sim f N \cdot \frac{z}{r} \cdot \frac{\cos \beta}{\alpha} \dots\dots\dots 4a),$$

$$\mathcal{G} \sim f N \cdot \cos \beta \dots\dots\dots 5a),$$

$$\mathcal{S} \sim f N \cdot \sin \beta \dots\dots\dots 6a),$$

$$K' \sim f Q \cdot \frac{z'}{r \cdot \alpha} \dots\dots\dots 7a),$$

$$G' \sim f Q \dots\dots\dots 8a).$$

Setzen wir diese Ausdrücke in die Gleichgewichtsbedingungen 9) ÷ 12) ein, lösen Gl. 11) nach N auf und setzen diesen Ausdruck

$$N = \frac{Q - N_A}{\cos \beta + f \cdot \sin \beta} \dots\dots\dots 11a)$$

in Gl. 10) ein, so erhalten wir mit  $\cos \alpha \sim 1$  und  $f = \operatorname{tg} \varrho$

$$N_A = Q \cdot \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varrho}{1 + \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta} - \operatorname{tg} \varrho = Q \cdot \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) - \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) + \operatorname{tg} \varrho} \dots\dots\dots 18),$$

$$N = Q \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \varrho}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \cdot \frac{1}{\sin \beta} \dots\dots\dots 19),$$

die Richtkraft

$$P = N \cdot \sin \beta = Q \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \varrho}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \dots\dots\dots 20)$$

und den Führungsdruck  $Y = P - \mathcal{G}$ :

$$Y = Q \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \varrho}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta}\right) \dots\dots\dots 21),$$

also  $N_A$ , N, Y und P unabhängig von  $\alpha$  und R, und zwar  $N_A$ , N und Y bei bestimmtem  $f = \operatorname{tg} \varrho$  rein geometrisch durch  $\beta$  bestimmt, P auch von  $\beta$  unabhängig, lediglich durch f festgelegt.

Für  $f = \operatorname{tg} \varrho = 0,2$  und  $\beta = 60^\circ$  erhalten wir:

$N_A = 0,7 Q$ ,  $N = 0,445 Q$ ,  $Y = 0,342 Q$ ,  $P = 0,386 Q = 1,93 f Q$ . — Man macht also keinen großen Fehler, wenn man  $P = 2 f Q$  setzt. —

Vom Flankenwinkel  $\beta$  sind  $N_A$  und N stark abhängig, und zwar nimmt  $N_A$  mit abnehmendem  $\beta$  auch ab, während N mit abnehmendem  $\beta$  zunimmt.  $N_A$  wird = 0 und  $N = Q$  bei  $\beta = 2 \varrho$ ; d. h. bei diesem  $\beta$  hört die Zweipunktberührung auf und geht in Einpunktberührung über. Das entsprechende gilt für Zunahme von  $\beta$ . Bei  $\beta = 90^\circ$  würde  $N_A = \frac{1 - f^2}{1 + f^2} = 0,923 Q$

und  $N = Q \cdot \frac{2 f}{1 + f^2} = P = 0,385 Q$  sein.

Zur Ermittlung von  $z'$  lösen wir Gl. 12) nach T auf und erhalten mit  $x = (r + h) \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$

$$T = (Q - N_A) \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta + \frac{h}{r + h} \cdot f N_A \cdot \frac{z_A}{r \cdot \alpha} - \frac{h + \alpha}{r + h} \cdot f Q \cdot \frac{z'}{r \cdot \alpha} \dots\dots\dots 21a).$$

Die Differenz des zweiten und dritten Gliedes dieses Ausdrucks ist stets sehr klein gegenüber dem ersten. Angenähert ist daher

$$T = (Q - N_A) \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = Q \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) + \operatorname{tg} \varrho} \cdot \alpha = Q \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \varrho}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \cdot (1 + \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot \alpha = P \cdot (1 + \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot \alpha \dots\dots\dots 21).$$

Bei  $\beta = 60^\circ$  ist T bei gleichem  $\alpha$  etwa um 25% größer als bei Einpunktberührung.

Setzen wir Gl. 21a) sowie 2a), 4a), 7a), 15), 16), 17), 18) und 19) in Gl. 9) ein, so erhalten wir unter Vernachlässigung von a und h gegenüber r

$$z' \sim \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} \cdot \left(\frac{2sr}{R} - a\right) - \frac{h \cdot \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} - \alpha^2 \cdot r \cdot \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta \dots\dots\dots 22).$$

Danach nimmt  $z'$  ab mit wachsendem R und wachsendem  $\alpha$ . Der Einfluß von  $\beta$  auf  $z'$  ändert sich mit  $\alpha$ ; bei kleinem  $\alpha$  nimmt  $z'$  mit zunehmendem  $\beta$  durchweg zu, bei größerem  $\alpha$  dagegen nicht. So nimmt es z. B. bei dem für Hauptbahnen sehr großen  $\alpha = 2^\circ 30'$ , bei  $r = 0,5$  m und  $h = 8,5$  mm, zu bei Anwachsen des  $\beta$  von 0 bis auf etwa  $71^\circ$ , bei weiterem Wachsen

\*) Streng genommen ist der Normaldruck in A' ein wenig kleiner als Q, weil G und G' das Innenrad etwas entlasten, doch ist diese Entlastung so gering, daß sie vernachlässigt werden kann.

des  $\beta$ , das nur selten vorkommen dürfte, dagegen ab; bei kleinerem  $\alpha$  ist derjenige Winkel  $\beta$ , bei dem die Zunahme von  $z'$  aufhört, noch größer, nimmt also  $z'$  durchweg mit wachsendem  $\beta$  zu. Im allgemeinen nimmt demnach auf Hauptbahnen  $z'$  mit wachsendem  $\beta$  zu.  $z'$  wird = 0 bei

$$R = R_1 = \frac{2 s r}{a + \operatorname{tg} 2 \varrho \left( \alpha^2 \cdot r \cdot \operatorname{tg} \beta + \frac{h}{\operatorname{tg} \beta} \right)} \dots\dots 23),$$

also im allgemeinen bei um so größerem  $R$ , je größer  $\beta$  und je kleiner  $\alpha$  ist. Für  $\alpha = 0$  würden wir erhalten

$$R_1 = R_{10} = \frac{2 s r}{a + h \cdot \frac{\operatorname{tg} 2 \varrho}{\operatorname{tg} \beta}} \dots\dots\dots 23a),$$

mit den obigen Zahlenwerten und den weiteren:  $2 s = 1,5 \text{ m}$ ,  $h = 8,5 \text{ mm}$  und  $a = 21/20 \text{ mm}$  entsprechend einer Spurerweiterung von 10 mm für Vollbahnen:  $R_{10} = 243 \text{ m}$ . Dieser Wert  $R_{10}$  von  $R_1$  tritt in Wirklichkeit nicht auf, weil Gl. 22), aus der er entwickelt ist, ja für  $\alpha = 0$  nicht mehr gilt. Er gibt aber einen Anhalt für die wirklich auftretenden Werte von  $R_1$ ; diese sind nach Gl. 23) etwas kleiner als  $R_{10}$ , da  $R_1$  mit zunehmendem  $\alpha$  ein wenig abnimmt. Aus der weiteren Untersuchung wird hervorgehen, daß  $R_{10}$  in anderem Zusammenhang noch eine praktische Bedeutung hat.

Also schon in ziemlich engen Bögen senkt sich die u-Achse des im Gleichgewicht mit konstantem  $\alpha$  unter Gleiten durch den Bogen geführten Radsatzes unter den Aufstandspunkt  $A'$  des Innenrades und damit tief unter Punkt  $A$  des Außenrades; d. h. dieses Rad gleitet dann in  $A$  schon so stark nach vorne, daß zur erforderlichen Bogeneinstellung das Innenrad in  $A'$  nicht mehr rückwärts, dem Außenrad entgegen, sondern ebenfalls vorwärts, wie das Außenrad, gleitet. Solange das Innenrad in  $A'$  rückwärts, das Außenrad in  $A$  vorwärts gleitet, beider Längsgleitwiderstände  $K'$  und  $K$  also entgegengesetzt gerichtet sind, muß ein starkes „Wende“moment von außen zur Bogeneinstellung auf den Radsatz ausgeübt werden; sobald dagegen  $K'$  sich mit  $K$  gleichrichtet, wird dies Moment sehr klein, unter Umständen = 0 und negativ. Gleichrichten von  $K'$  und  $K$  tritt auf bei Senken der u-Achse unter  $A'$ , im Außenrad von  $A$  weg auf  $\mathfrak{A}$  zu. Diese hier vorliegende sehr günstige Senkung der u-Achse wird mit Hilfe der Längskomponente  $\mathfrak{R}$  der Reibung  $f N$  im Spurkranzdruckpunkt  $\mathfrak{A}$  erreicht. Diese Reibung sucht das von außen durch einen Teil der Triebkraft  $T$  angetriebene äußere Rad bei seiner Drehung momentan in Höhe von Punkt  $\mathfrak{A}$  festzuhalten\*), den Durchstoßpunkt  $D$  der u-Achse hierher zu legen. Wenn das auch im allgemeinen nicht ganz gelingt, so wird unter dieser Kraftwirkung doch wenigstens der Durchstoßpunkt  $D$  der u-Achse der Höhenlage von Punkt  $\mathfrak{A}$  genähert, d. h. die u-Achse gesenkt. Es tritt hier die gleiche Wirkung auf wie beim Ruder. Das Außenrad entspricht dem Ruder, der Kraftanteil von  $T$  an der Radsatzdrehachse der Kraft des Ruderers, der Auf-

standspunkt  $A$  dem Drehpunkt des Ruders am Boot (Dolle), der Spurkranzdruckpunkt  $\mathfrak{A}$  der Eintauchstelle des Ruderblattes und der Durchstoßpunkt  $D$  demjenigen Punkt des Ruders, der in relativer Ruhe zum Wasser ist. Diese günstige Wirkung des Spurkranzes hat zuerst Bäseler gesehen und in seiner angezogenen Arbeit auseinandergesetzt. Ob und wann sie so groß wird, daß von einer „Selbstlenkung“ des Radsatzes gesprochen werden kann, wird die weitere Untersuchung ergeben. In Abb. 1, Taf. 29 ist  $z'$  über  $\alpha$  für verschiedene  $R$  aufgetragen.  $z'$  für  $\alpha < \alpha'$  wird unten ermittelt.

Soll der Radsatz im Gleichgewicht unter Gleiten mit konstantem  $\alpha$  durch einen Bogen geführt werden, so muß er stets angetrieben werden durch eine Triebkraft  $T$  zur Überwindung der Reibungswiderstände, und diese Triebkraft  $T$  muß im allgemeinen einseitig am Radsatz angreifen, ein Wendemoment  $\pm T(t+s)$  in bezug auf die Radsatzmitte ausüben, das wir, auf  $Q = 1$  bezogen, mit  $\mathfrak{M}_W^*)$  bezeichnen wollen.

$\pm \frac{T}{Q}(t+s) = \mathfrak{M}_W$  erhalten wir aus Gl. 13) durch Einsetzen der Näherungsausdrücke 2a), 3a), 7b), 8b), und 21) für  $K, G, K', G'$ , und  $T$  sowie 18) und 19) und 22) zu

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_W = & \frac{\operatorname{tg} \varrho}{r} \cdot \frac{1}{\alpha} \left\{ \left[ \frac{2 s r}{R} - a \right] \cdot \left[ \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} (2 s - c) + \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) - \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) + \operatorname{tg} \varrho} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{c \cdot r + s \cdot h}{r + h} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} \right] - h \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} \left[ (2 s - c) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) - \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) + \operatorname{tg} \varrho} \cdot \frac{c \cdot r + s \cdot h}{r + h} \right] \right\} - \alpha \cdot \operatorname{tg} \varrho \left\{ \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \right. \\ & \left. \cdot \left[ (2 s - c) - \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) - \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\beta - \varrho) + \operatorname{tg} \varrho} \cdot \frac{c \cdot r + s \cdot h}{r + h} \right] \right\} \\ & - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \left[ (1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho)(s - c) - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varrho)(r + h) \right] \dots\dots\dots 24a). \end{aligned}$$

Näherungsweise, mit einem Fehler von etwa 2%, ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_W \sim & \frac{\operatorname{tg} \varrho}{r} \cdot \frac{1}{\alpha} \left\{ \left[ \frac{2 s r}{R} - a \right] \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} - h \cdot \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} \right\} (2 s - c) \\ & - \alpha \cdot \operatorname{tg} \varrho \left\{ \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta (2 s - c) - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \left[ (1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho)(s - c) \right. \right. \\ & \left. \left. - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varrho)(r + h) \right] \right\} \dots\dots\dots 24). \end{aligned}$$

Danach wächst  $\mathfrak{M}_W$  mit abnehmendem  $R$  und stellt sich  $\mathfrak{M}_W$ , für irgendein  $R$  und  $\beta$  über  $\alpha$  aufgetragen, dar als gleichseitige verschobene Hyperbel über einer ganz im Negativen liegenden Geraden als Nulllinie. Der Inhalt der ersten geschweiften Klammer der Gl. 24) wird = 0 für  $R = R_{10}$  nach Gl. 23a); d. h. für alle  $R < R_{10}$  liegen in dieser Darstellung die  $\mathfrak{M}_W$ -Hyperbeln oberhalb, für alle  $R > R_{10}$  unterhalb dieser Geraden; für  $R = R_{10}$  fällt das  $\mathfrak{M}_W$  mit ihr zusammen. Danach würde nur das  $\mathfrak{M}_W$  für die  $R < R_{10}$  durch 0, und zwar nach Gl. 24) angenähert bei

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{\left[ \left( \frac{2 s r}{R} - a \right) \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} - h \cdot \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} \right] (2 s - c)}{r \left\{ \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta (2 s - c) - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \left[ (1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho)(s - c) - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varrho)(r + h) \right] \right\}}} \dots\dots\dots 25)$$

gehen, während das  $\mathfrak{M}_W$  für alle  $R > R_{10}$  überhaupt nicht positiv würde, sondern bei jedem, auch dem kleinsten,  $\alpha$  negativ bliebe. Dieser Schluß ist aber nicht zulässig, denn Gl. 24) und 25) gelten nur für  $\alpha > \alpha'$ , nicht für ganz kleines  $\alpha$ . Wie sich das  $\mathfrak{M}_W$  für  $R > R_{10}$  bei sehr kleinem  $\alpha$  verhält, ist aus ihnen nicht zu ersehen.

\*) Nicht etwa hier „vorzutreiben“; das kann die Reibung wegen ihrer passiven Natur nicht!

Der wirkliche Verlauf von  $\mathfrak{M}_W$  über  $\alpha$ , von  $\alpha = 0$  an, ist dargestellt in Abb. 2, Taf. 29. Das  $\mathfrak{M}_W$  für kleines  $\alpha$  wird unten ermittelt. Hier sei vorausgenommen, daß tatsächlich auch das  $\mathfrak{M}_W$  für alle  $R > R_{10}$  aber  $< R'$  durch 0 geht und bei sehr kleinem  $\alpha$  positiv wird. Danach geht das  $\mathfrak{M}_W$  aller  $R$  bis  $R = R'$  durch 0, und zwar bei um so größerem  $\alpha$ , je kleiner  $R$  ist.

\*) In meiner Arbeit von 1933 als  $\mathfrak{M}_{TW}$  bezeichnet.

Nur ein Radsatz, der unter diesem  $\alpha = \alpha_0$  sich im Gleis befindet, „lenkt sich selbst“, ist im Gleichgewicht ohne äußeres Wendemoment. Bei jedem größeren  $\alpha$  braucht er ein negatives, bei jedem kleineren ein positives Wendemoment zum Gleichgewicht. Ist das positive nicht in der erforderlichen Größe vorhanden, vergrößert er sein  $\alpha$ , wendet er ungenügend, verschlechtert er seine Bogeneinstellung, bis das vorhandene Wendemoment zum Gleichgewicht ausreicht. Ist überhaupt kein Wendemoment vorhanden, vergrößert er sein  $\alpha$  bis zum  $\alpha_0$  der Selbstlenkung. Ist das negative Wendemoment nicht in der erforderlichen Größe vorhanden, so verkleinert der Radsatz sein  $\alpha$ , holt er auf, verbessert er seine Bogeneinstellung, bis wieder das vorhandene negative Wendemoment oder  $\mathcal{M}_W = 0$  Gleichgewicht bei kleinerem  $\alpha$  herstellt. Danach ist also in Bögen aller Halbmesser bis hinauf zum Rollhalbmesser  $R'$  bei einem ganz bestimmten  $\alpha = \alpha_0$  und nur bei ihm „Selbstlenkung“ des freien Radsatzes vorhanden und strebt ein freier Radsatz, auf den kein Wendemoment ausgeübt wird, diesem  $\alpha_0$  zu. Bei kleinem  $R$  wird nun das  $\alpha = \alpha_0$ , bei dem  $\mathcal{M}_W$  durch 0 geht, so groß, daß es keine praktische Bedeutung mehr hat, daß man also auch praktisch nicht mehr von „Selbstlenkung“ sprechen kann. So ist z. B. mit den obigen Zahlenwerten nach Gl. 25)  $\alpha_0 = 6^\circ 50'$  bei  $R = 170$  m,  $= 4^\circ 50'$  bei  $R = 200$  m. Eine Triebkraft  $T$  ist stets erforderlich, auch im Fall der „Selbstlenkung“. Im übrigen zeigt Gl. 24), daß mit abnehmendem  $\beta$  das erste Glied von  $\mathcal{M}_W$  ab-, das zweite dagegen zunimmt. Bei großem  $h$  überwiegt der erste, bei kleinem der zweite Einfluß.

Der auf die Radsatzmitte bezogene absolute Krümmungswiderstand  $W$  ist natürlich auch hier

$$W = T \frac{t + s + R}{R} = Q \frac{\mathcal{M}_W}{R} + T \dots \dots \dots 26)$$

und weicht nur bei kleinem  $\alpha$ , bei dem  $\mathcal{M}_W$  groß wird, merklich von  $T$  ab. Der spezifische Krümmungswiderstand  $w$  kg/t hat den Ausdruck  $w = \frac{W}{Q} \cdot \frac{1000}{2}$ , wenn  $W$  und  $Q$  die gleiche Dimension haben.

*Verfahren für kleines  $\alpha$ .*

$z$  ist fast stets so viel größer als  $z_A$  und  $z'$ , daß mit abnehmendem  $\alpha$  zuerst  $z$  und nicht  $z_A$  oder  $z'$  dies Näherungsverfahren zu ungenau werden läßt.  $z$  wächst mit zunehmendem  $R$ ; das Näherungsverfahren wird also bei um so größerem  $\alpha$  ungenau, je größer  $R$  ist. Auf Vollbahnen mit den angegebenen Zahlenwerten ist dies der Fall etwa bei  $\alpha = 40^\circ$  bis  $1^\circ$ , je nach der Größe von  $R$ . Für kleines  $\alpha$  muß man  $T$  ( $t + s$ ),  $T$ ,  $t$ ,  $P$  und  $W$  aus den angegebenen 16 Gleichungen 2) bis 17) ermitteln, am besten wohl durch Probieren mit angenommenen Werten von  $z'$ . Einen guten Anhalt bieten dabei die Werte der gesuchten Größen für  $\alpha = 0$ , die man aus Gl. 2) bis 17) sehr einfach als folgende erhält:  $N_0 = 0$ ,  $P_0 = 0$ ,  $Y_0 = 0$ ,  $N_{A_0} = Q$ ,  $\mathcal{R}_0 = 0$ ,  $\mathcal{G}_0 = 0$ ,  $\mathcal{S}_0 = 0$ ,  $G_0 = 0$ ,  $G_0' = 0$  und weiter aus Gl. 2) und 7):  $K_0 = f Q$ , und  $K_0' = \pm f Q$ ,  $+$  bei positivem und  $-$  bei negativem  $z_0'$ .  $K_0$  und  $K_0'$  sind die einzigen Gleitwiderstände, die noch vorhanden sind, alle anderen sind verschwunden. Außer ihnen greift nur noch die Kraft  $T_0$ , und zwar in Höhe der Radsatzdrehachse am Radsatz an.  $K_0$  und  $K_0'$  zusammen müssen also in bezug auf diese Achse das Moment 0 haben. Da nun  $K_0$  an größerem Hebelarm wirkt als  $K_0' - r$  gegenüber  $(r - a)$  — muß es kleiner sein als dieses;  $K_0 = f Q$  kann also nicht richtig sein. Diese Unstimmigkeit verschwindet, wenn die u-Achse durch A geht, das Rad hier nicht gleitet, sondern haftet, die Reibung zwischen Rad und Schiene hier nicht voll in Anspruch genommen wird. Wir erhalten somit:  $z_{A_0} = \pm 0$ ,  $K_0' = \pm f Q$ , und  $K_0 = \pm f Q \frac{r - a}{r}$ ,

worin  $f \frac{r - a}{R}$  die Bedeutung einer Haftreibungsziffer hat.  $K_0$  und  $K_0'$  kehren beide gleichzeitig ihr Vorzeichen, mithin ihre Richtung, um. Da  $z_{A_0} = 0$  ist, ist  $z_0 = h$ , also  $z_0' = d - a = \frac{2 s r}{R} - a$ ; d. h.  $K_0'$  und  $K_0$  werden negativ erst bei  $R > \frac{2 s r}{a} = R'$ , mit den obigen Zahlenwerten = 1363 m.

Weiter erhalten wir aus Gl. 3):  $T_0 = \mp f Q \frac{a}{r}$ , negativ, d. h.

rückwärts gerichtet, bei positivem  $K_0'$  und  $K_0$ , also  $R < R'$  und positiv, d. h. vorwärts gerichtet, nur bei  $R > R'$ !  $T_0$  ist außerordentlich klein. Schließlich erhalten wir aus Gl. 13)

$$t_0 = -\frac{2 s r}{a} = -R', \text{ sowohl für } R < R' \text{ wie für } R > R'$$

negativ! Gegenüber diesem großen  $t_0$  kann  $s$  vernachlässigt werden. Wir erhalten somit

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{W_0} &\sim + 2 s f \text{ für } R < R' \text{ und} \\ \mathcal{M}_{W_0} &\sim - 2 s f \text{ für } R > R' \text{ und schließlich} \\ W_0 &\sim f Q \frac{a}{r} \frac{R' - R}{R} \text{ bei } R < R' \text{ und} \\ W_0 &\sim f Q \frac{a}{r} \frac{R - R'}{R} \text{ bei } R > R', W_0' = 0 \text{ bei } R = R', \end{aligned}$$

reinem Kegelrollen.

Tragen wir  $z'$  und  $\mathcal{M}_W$  für verschiedene Bogenhalbmesser  $R$  über  $\alpha$  auf, so erhalten wir mit den oben angegebenen Zahlenwerten für Vollbahnen sowie  $a^{mm} = \frac{21}{20}$

$$= \frac{16}{20} \text{ für } R = 250 \div 300 \text{ m und } = \frac{11}{20} \text{ für } R > 300 \text{ m}$$

das Bild der Abb. 1 und 2, Taf. 29. Abb. 2, Taf. 29 zeigt die starke Abweichung der  $\mathcal{M}_W$ -Linien von der Hyperbelform bei kleinem  $\alpha$ . Die  $\mathcal{M}_W$ -Linien für  $R = R_{10} = 243$  m bis  $R = R' = 1363$  m beginnen bei  $\alpha = 0$  mit  $\mathcal{M}_{W_0} = + 2 f s = + 300$  mm, fallen dann sehr steil ab und schneiden die Nulllinie schon bei sehr kleinem  $\alpha$ , bei um so kleinerem, je mehr  $R$  sich dem Wert  $R' = 1363$  m nähert. Sie sinken hinter dem Schnittpunkt — von  $\alpha = 0$  aus gerechnet — zunächst ziemlich tief unter 0 und gehen dann erst bei etwa  $1^\circ$  in die oben entwickelte Hyperbelform über. Die  $\mathcal{M}_W$ -Linien für  $R < R_{10} = 243$  m beginnen ebenfalls mit  $\mathcal{M}_{W_0} = + 300$  mm, fallen dann stark ab, nähern sich ohne vorherige Durchsenkung sehr bald der Hyperbelform und schneiden wie gesagt die Nulllinie erst bei großem  $\alpha$ , bei um so größerem, je kleiner  $R$  ist. Die  $\mathcal{M}_W$ -Linie für  $R = R' = 1363$  m beginnt mit  $\mathcal{M}_{W_0} = 0$  und verläuft zunächst stark nach unten durchgebogen, ganz im Negativen. Die  $\mathcal{M}_W$ -Linien für  $R > 1363$  m schließlich beginnen mit  $\mathcal{M}_{W_0} = - 2 f s = - 300$  mm, verlaufen ganz im Negativen und nähern sich bei noch weiterem Anwachsen von  $R$  sehr bald auf ihrem ganzen Verlauf der Hyperbelform stark an.

Ein Vergleich mit den  $\mathcal{M}_W$ -Linien bei Einpunktberührung für die gleichen Zahlenwerte zeigt, daß nur bei kleinem  $\alpha$ , etwa  $\alpha < \alpha'$ , das  $\mathcal{M}_W$  der Zweipunktberührung größer ist als das der Einpunktberührung, bei größerem  $\alpha$  dagegen erheblich kleiner wird. Zum Vergleich sind in Abb. 2, Taf. 29 die  $\mathcal{M}_W$ -Linien für  $R^m = 170, 200, 243, 450$  bei Einpunktberührung dünnpunktirt eingezeichnet. Hinsichtlich Wendefähigkeit der freien Achse ist also die Einpunktberührung der Zweipunktberührung nicht so unbedingt überlegen, wie man es im allgemeinen im Hinblick auf den viel kleineren Rollhalbmesser jener erwartet. Daß bei größerem  $\alpha$  das  $\mathcal{M}_W$  der Zweipunktberührung kleiner wird als das der Einpunktberührung, rührt daher, daß bei Zweipunktberührung [s. Gl. 13)] das wendende Moment der Triebkraft  $T = T \cdot t$  unterstützt wird nicht nur durch das Moment  $G' \cdot x$ , wie bei Einpunktberührung auch, sondern außerdem noch durch das Moment  $G \cdot x$ , und weil

$x = (r + h) \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$  wegen des größeren  $\beta$  bei Zweipunktberührung viel größer ist. Während in der Darstellung der Abb. 2, Taf. 29 für größeres  $\alpha$  die  $\mathfrak{M}_W$ -Linien der Zweipunktberührung verschobene Hyperbeln über einer im Negativen liegenden Nulllinie sind, sind die der Einpunktberührung solche über einer ganz im Positiven liegenden, vom Koordinatennullpunkt schwach ansteigenden Nulllinie. Bei Zweipunktberührung schneiden die  $\mathfrak{M}_W$ -Linien die Nulllinie von oben nach unten, bei der Einpunktberührung von unten nach oben. Bei  $\mathfrak{M}_W = 0$ ,  $\alpha = \alpha_0$ , ist eine Achse bei Zweipunktberührung in stabilem, bei Einpunktberührung in labilem Gleichgewicht.

b) Bei Innenanlauf.

Eine innen mit positivem Anlaufwinkel anlaufende freie Achse ist schematisch dargestellt mit den an ihr angreifenden Kräften in Abb. 5. Die u-Achse durchdringt hier das nichtanlaufende Außenrad stets unterhalb seines Aufstandspunktes  $A'$ ; dies gleitet also stets vorwärts; demgemäß ist der Längsgleitwiderstand  $K'$  in  $A'$  stets rückwärts gerichtet und das zugehörige  $z'$  hier als positiv bezeichnet. Wo die u-Achse das anlaufende Innenrad durchdringt, ist von vornherein noch nicht klar. In Abb. 5 ist Durchdringung unterhalb  $A$ , also Rückwärtsrichtung von  $K$ , angenommen.  $t$  ist bis zur Laufkreisebene dieses Rades gerechnet. Nach dieser Abbildung lauten die Komponenten- und Momentengleichungen mit den gleichen Vernachlässigungen wie oben:

$$\begin{aligned} T + \mathfrak{R} - K' - K - N \sin \beta \cdot \sin \alpha &= 0, \\ G + G' + \mathfrak{G} - N \sin \beta \cdot \cos \alpha &= 0, \\ -N \cos \beta - \mathfrak{S} - N_A + Q &= 0, \\ T(r + h) - K \cdot h - K'(a + h) - (Q - N_A) x &= 0, \\ T(t + 2s - c) - K'(2s - c) + K \cdot c - (G' + G) x &= 0; \end{aligned}$$

weiter bestehen die geometrischen Beziehungen:

$$\begin{aligned} z_A &= z' - (d + a) \\ z &= h + d + a - z' \text{ mit } d \sim \frac{2sr}{R}. \end{aligned}$$

Für  $\alpha > \alpha'$  erhalten wir für  $N$ ,  $N_A$ ,  $P$ ,  $Y$  und  $T$  die gleichen Ausdrücke wie bei Außenanlauf, und

$$\begin{aligned} z' &\sim \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} \left( \frac{2sr}{R} + a \right) + \alpha^2 \cdot r \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho + h \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} \dots 27), \\ \mathfrak{M}_W &\sim \frac{\operatorname{tg} \varrho}{r} \cdot \frac{1}{a} \left\{ \left( \frac{2sr}{R} + a \right) \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \varrho}{2} + h \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} \right\} (2s - c) + \\ &+ a \cdot \operatorname{tg} \varrho \left\{ \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \beta (2s - c) - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} \left[ (1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho) (s - c) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varrho) \cdot (r + h) \right] \right\} \dots \dots \dots 28). \end{aligned}$$

$z'$  ist hier erheblich größer als bei Außenanlauf, wechselt bei Anwachsen von  $\alpha$  sein Vorzeichen nicht, nimmt vielmehr mit wachsendem  $\alpha$  zu. Änderung von  $R$  wirkt in gleichem Sinne wie bei Außenanlauf; zunehmendes  $\beta$  bewirkt im allgemeinen Abnahme von  $z'$ .

Der Abstand  $z_A$  am anlaufenden Rad,  $z_A = z' - (d + a)$ , wird nach Gl. 27) negativ, d. h. die u-Achse durchdringt das anlaufende Rad oberhalb  $A$ , sobald  $R$  kleiner wird als

$$R_2 = \frac{2sr}{\left( \alpha^2 \cdot r \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \varrho + h \frac{\operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg} \beta} \right) \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho} - a} \dots 29),$$

das mit unseren Vollbahnzahlenwerten bei  $\alpha = 0$   $R_2 = 560$  m würde, mit wachsendem  $\alpha$  ein wenig abnimmt, bei  $\alpha > \alpha'$  daher etwas kleiner als 560 m wird. Also nur in flachen Bögen liegt die u-Achse so, wie in Abb. 5 gezeichnet; in engeren dagegen durchdringt sie das anlaufende Innenrad oberhalb  $A$ , so daß dieses sowohl in  $A$  als auch in  $\mathfrak{A}$  rückwärts gleitet, oder

daß sowohl  $K$  wie  $\mathfrak{R}$  vorwärts und  $K'$  entgegengesetzt gerichtet sind. Hier gelingt es im Gegensatz zum Außenanlauf der Komponente  $\mathfrak{R}$  der Spurranzreibung  $fN$  in Punkt  $\mathfrak{A}$  nur in ziemlich flachen Bögen, die u-Achse unter  $A$  herabzuziehen.

$\mathfrak{M}_W$  über  $\alpha$  stellt sich auch hier dar als gleichseitige verschobene Hyperbel, aber über einer ganz im Positiven liegenden vom Koordinatennullpunkt aus schwach ansteigenden Geraden und stets selbst ganz im Positiven liegend, um so höher, je kleiner  $R$ . Auch bei  $\alpha < \alpha'$  wird, wie gleich

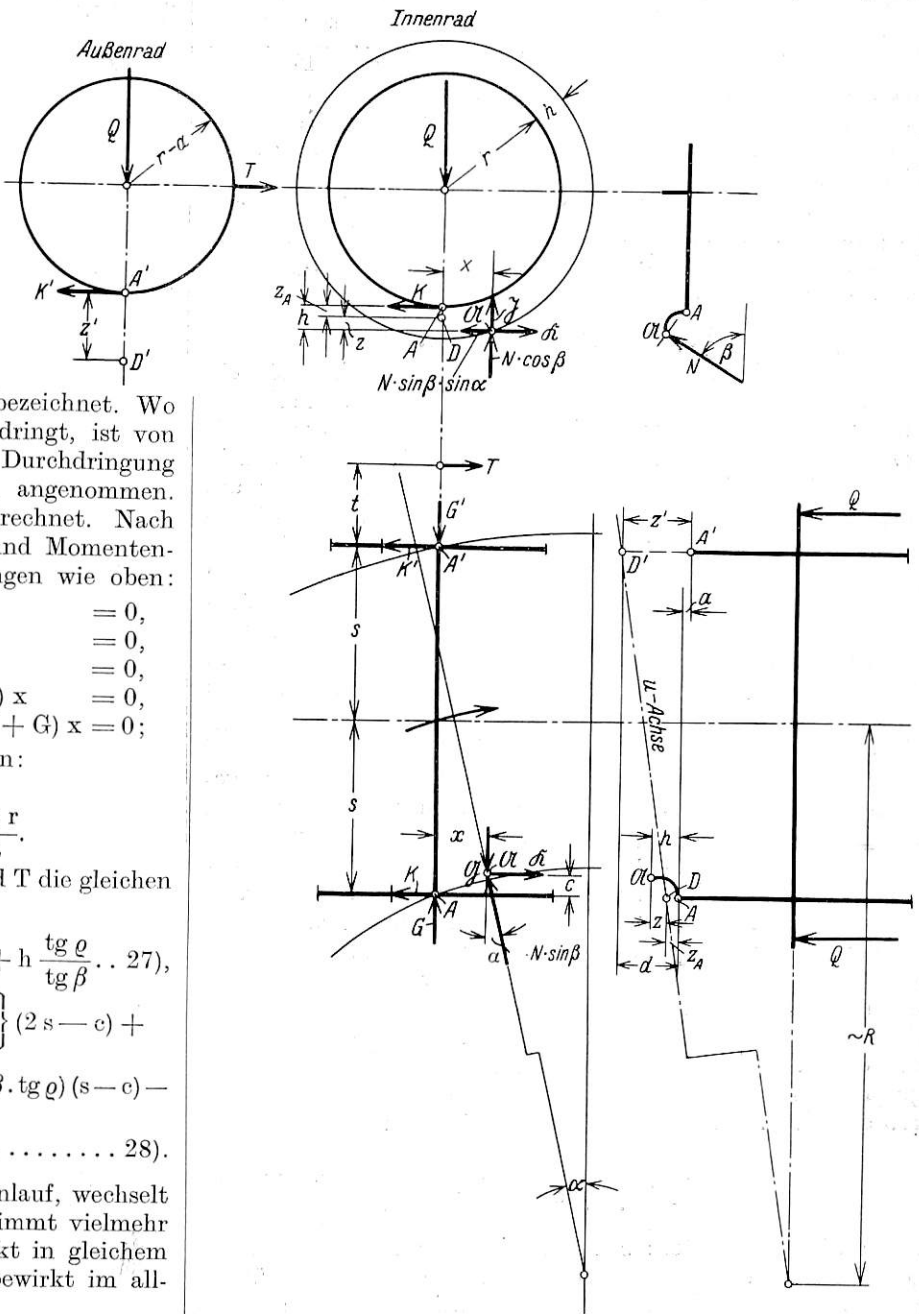


Abb. 5.

gezeigt werden soll,  $\mathfrak{M}_W$  niemals = 0. Selbstlenkung und negatives Wenden gibt es also hier nicht. Im linken oberen Quadranten der Abb. 2, Taf. 29 ist dieses  $\mathfrak{M}_W$  für verschiedene  $R$  über  $\alpha$  aufgetragen, und zwar in ein Viertel des Ordinatenmaßstabes des in beiden rechten Quadranten aufgezeichneten  $\mathfrak{M}_W$  für Außenanlauf; der Maßstab für  $\alpha$  ist in allen Quadranten der gleiche.

Für  $\alpha = 0$  erhalten wir:  $\mathfrak{G}_0 = 0$ ,  $\mathfrak{S}_0 = 0$ ,  $G_0 = 0$ ,  $G'_0 = 0$ ,  $N_0 = 0$ ,  $N_{A0} = Q$ ,  $P_0 = 0$ ,  $Y_0 = 0$ ,  $\mathfrak{R}_0 = 0$ ,  $K'_0 = +fQ$ , rückwärts gerichtet,  $K_0 = -fQ \frac{r-a}{r}$ , vorwärts gerichtet;

die u-Achse geht auch hier durch A.  $z_0'$  ist  $= \frac{2sr}{R} + a$ , stets positiv.  $z_A = 0$ ,  $z = h$ . Weiter ergibt sich wie oben  $T_0 = +f \frac{a}{r} Q$  stets positiv, also vorwärts gerichtet und  $t_0 + 2s = + \frac{2sr}{a} = R'$ , ebenfalls stets positiv! Da s gegenüber  $\frac{2sr}{a}$  vernachlässigt werden kann, ist  $\mathcal{M}_{W_0} \sim +2sf$ , auch stets positiv und schließlich  $W_0 \sim f Q \frac{a}{r} \cdot \frac{R+R'}{R}$ , erheblich größer als bei Außenanlauf.  $R'$  hat hier keine physikalische Bedeutung; die u-Achse kann niemals gleichzeitig durch A und A' gehen; ein Rollen des Radsatzes ist hier unmöglich.

Für  $\alpha > 0$  und  $\alpha' < 0$  ist sinngemäß wie bei Außenanlauf zu verfahren. Abb. 2, Taf. 29 links oben zeigt, daß das  $\mathcal{M}_W$  des Innenanlaufs bei sehr kleinem  $\alpha$  weniger von der Hyperbelform abweicht als bei Außenanlauf.

**B. Die freie Lenkachse.**

Unter freier Lenkachse soll wieder verstanden sein ein Radsatz, der auf beiden Seiten durch Tragfedern und schräge, nach allen Richtungen nachgiebige, Federgehänge derart mit dem Fahrzeuggestell verbunden ist, daß jedes der beiden Federgehänge bei Bewegung des angeschlossenen Punktes des Radsatzes aus seiner Mittellage heraus sowohl in der Längs- wie in der Querrichtung eine Rückstellkraft auf den Radsatz ausübt, also beide Federgehänge zusammen bei verschieden großer und verschieden gerichteter Längsbewegung ein Rückstellmoment auf ihn äußern, das wir, auf  $Q = 1$  bezogen, wieder als  $\mathcal{M}_R$  bezeichnen wollen. Im Gleichgewichtszustand muß es gleich dem erforderlichen oben ermittelten spezifischen Wendemoment  $\mathcal{M}_W = \frac{T}{Q} (t + s)$  sein. Weil nur bei einem bestimmten Anlaufwinkel diese Gleichheit besteht, ist der gekennzeichnete Radsatz nicht mehr vollkommen „frei“, sondern eine „Lenkachse“, die man noch als „frei“ bezeichnen kann, weil die senkrechte Achse, um die sie gegenüber dem Fahrzeuggestell schwenken kann, sich innerhalb weiter Grenzen verschieben kann. Der Rückstellkoeffizient m, d. h. die von einem Federgehänge zur Verfügung gestellte Rückstellkraft bei Federlast 1 und Längsverschiebung aus der Mitte 1 hat natürlich den gleichen Ausdruck wie bei Einpunktberührung, siehe meine Arbeit von 1933. Die Rückstellkraft wächst bei den vorhandenen kleinen Ausschlägen ziemlich genau proportional diesen. Auch hier besteht bei Gleichgewicht, d. h. bei  $\mathcal{M}_R = \mathcal{M}_W$ , die Beziehung:

$$\varepsilon = \mathcal{M}_R \frac{1}{\frac{2Q'}{Q} \cdot m \cdot k^2} = \mathcal{M}_W \frac{1}{\frac{2Q'}{Q} \cdot m \cdot k^2} \dots \dots \dots 30),$$

worin wieder bedeuten:  $\varepsilon$  den Winkel, um den der Radsatz gegenüber seiner Mittelstellung senkrecht zur Fahrzeuglängsachse verdreht ist, k den Abstand der beiden Rückstellkräfte von der Radsatzmitte,  $Q'$  die auf einem Rad ruhende gefederte Last und Q den Raddruck.

**Fahrzeug mit zwei freien Lenkachsen.**

Wir nehmen wieder zunächst an, daß jeder der beiden Radsätze außen anlaufe mit positivem Anlaufwinkel, daß das Fahrzeuggestell gegenüber seinen beiden Radsätzen aus seiner Mittellage nicht seitlich verschoben sei und daß keine nennenswerten Querkräfte durch die Federgehänge gehen und sehen von der Reibung in diesen und zwischen Federbunden und Achsbuchsen ab. Dann beeinflussen die beiden Radsätze einander nicht, kann jeder für sich betrachtet werden und ist der

Winkel  $\zeta$ , den die Normale N auf der Fahrzeuglängsachse mit der Radialrichtung der Radsätze bildet, bei beiden gleich groß und gleich  $\frac{a}{2R}$ , wenn a den Radstand des Fahrzeugs bedeutet.

**Vorderradsatz.**

Sein Anlaufwinkel  $\alpha_1$  hat unter den obigen Voraussetzungen, siehe die schematische Abb. 6, den Ausdruck:  $\alpha_1 = \varepsilon_1 + \zeta = \varepsilon_1 + \frac{a}{2R}$  oder, für  $\alpha_1 > \alpha_1'$  mit  $T \sim (Q - N_A) \cdot \alpha_1 \cdot \text{tg } \beta$  und unter Berücksichtigung der Gl. 30):

$$\alpha_1 = \frac{a}{2R} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\text{tg } \beta Q - N_A t + s}{m \frac{Q'}{Q} 2 k^2}} \dots \dots \dots 31).$$

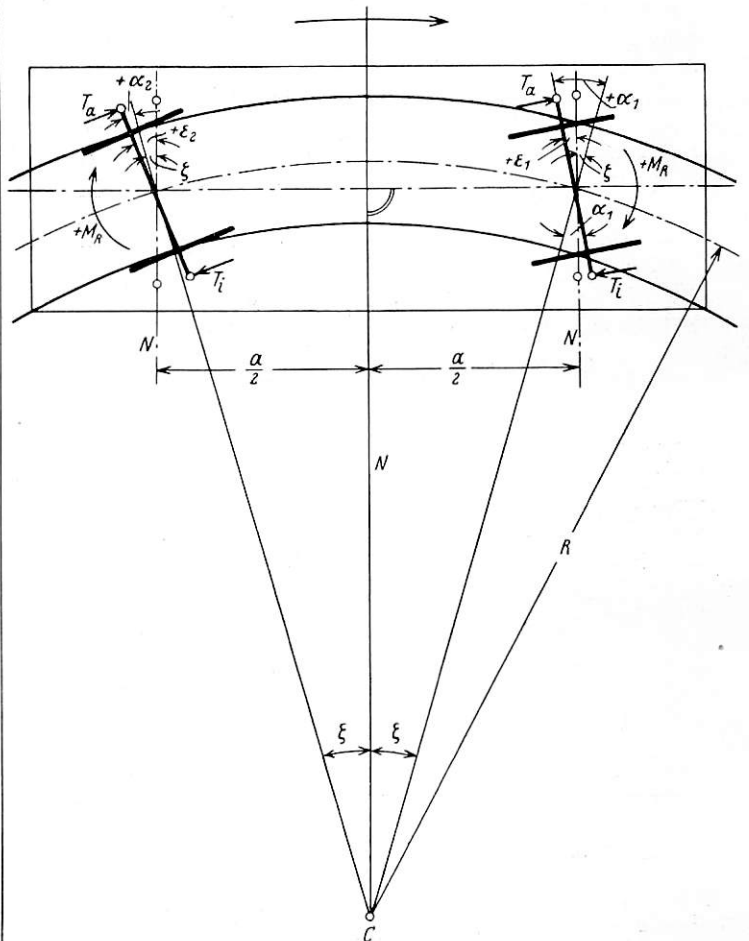


Abb. 6.

Diese Gleichung spricht die Freiheitsbeschränkung des freien Radsatzes durch seine Lenkvorrichtung aus; sie ist die „17. Gleichung“ außer den abgeleiteten 16, deren Erfüllung den Winkel  $\alpha$  des gleitenden Radsatzes bei jedem R auf einen ganz bestimmten Wert festlegt. Einfacher und anschaulicher als die rechnerische Ermittlung von  $\alpha_1$  nach diesem Ausdruck ist auch hier die zeichnerische, nach dem in meiner Arbeit von 1933 entwickelten einfachen und für beliebige  $\alpha$  gültigen Verfahren. Die Neigung  $\text{tg } \eta$  der darin aufgezeichneten  $\mathcal{M}_R$ -Linie gegen die Nulllinie hat auch hier den Ausdruck

$$\text{tg } \eta = \frac{Q'}{Q} m \cdot 2 k^2;$$

und zwischen  $\eta$  und  $\varepsilon$  besteht nach Gl. 30) die Beziehung  $\varepsilon = \mathcal{M}_R \cdot \text{cotg } \eta = \mathcal{M}_W \cdot \text{cotg } \eta$ .

Das Verfahren ist dargestellt in Abb. 2, Taf. 29. Darin ist der Winkel  $\zeta = \frac{a}{2R}$  für irgendein R als Strecke  $\overline{OA}$  auf der



Abszissenachse abgetragen und durch A unter dem Winkel  $\eta$  gegen diese Achse eine gerade Linie, die  $\mathfrak{M}_R$ -Linie, gezogen; dann stellt die waagrechte Projektion  $\overline{AC}$  der Strecke AB dieser Linie zwischen A und ihrem Schnittpunkt B mit der  $\mathfrak{M}_R$ -Linie für gleiches R den Winkel  $\varepsilon$  dar und ergibt sich  $\alpha$  als Summe von  $\zeta$  und  $\varepsilon$  in der Strecke  $\overline{OC}$ .

Der Schnittpunkt der  $\mathfrak{M}_R$ - mit der  $\mathfrak{M}_W$ -Linie kann oberhalb und unterhalb der Abszissenachse liegen; bei größerem R liegt er darunter. Schnittpunkt oberhalb entspricht positivem Wenden, ergibt positives  $\varepsilon$  und  $\alpha_1 = \zeta + \varepsilon$ ; Schnittpunkt unterhalb entspricht negativem Wenden, ergibt negatives  $\varepsilon$  und  $\alpha_1 = \zeta - \varepsilon$ , kleiner als  $\zeta$ . Das negative  $\varepsilon$  kann, wie Abb. 2, Taf. 29 zeigt, wegen der tiefen Durchsenkung der  $\mathfrak{M}_W$ -Linien für größere R in Bögen von diesen Halbmessern verhältnismäßig groß werden, das  $\alpha_1$  erheblich verkleinern. Die Schnittpunkte der  $\mathfrak{M}_W$ -Linien mit der Abszissenachse, d. h. die Punkte der „Selbstlenkung“, als Schnittpunkte B mit zu Punkten B zusammengeschrunpften  $\mathfrak{M}_W$ -Linien angesehen, ergeben natürlich, da für diesen Fall  $\mathfrak{M}_R = 0$ ,  $\varepsilon = 0$  ist, den

Anlaufwinkel  $\alpha_{10} = \zeta = \frac{a}{2R}$ . In Übereinstimmung mit den

obigen Darlegungen zeigt Abb. 2, Taf. 29, daß dies  $\alpha_{10}$  der Selbstlenkung mit zunehmendem R sehr stark abnimmt, bei R gleich dem Rollhalbmesser  $R' = 0$  wird und daß es andererseits bei kleinem R sehr groß wird. Aus der für diesen Fall

geltenden Beziehung  $\alpha_{10} = \zeta = \frac{a}{2R}$  sehen wir außerdem, daß

dieses  $\alpha_{10}$  der Selbstlenkung bei gleichem R proportional dem Radstand des Fahrzeugs ist.

Wie sich ein Radsatz in Bögen von Halbmessern größer als  $R'$  verhält, sehen wir, wenn wir in Abb. 2, Taf. 29 eine  $\mathfrak{M}_R$ -Linie, d. h. eine unter  $\eta$  gegen die Abszissenachse geneigte Gerade von rechts nach links wandern lassen; dann ergibt diese, solange sie die fraglichen ganz unter der Abszissenachse liegenden  $\mathfrak{M}_W$ -Linien schneidet, negative  $\varepsilon$  und Gleiten des Radsatzes unter konstantem  $\alpha_1 = \zeta - \varepsilon$ . Sobald sie diese  $\mathfrak{M}_W$ -Linie aber nur noch berührt, wie z. B. in Abb. 2, Taf. 29 die  $\mathfrak{M}_R$ -Linie  $A_0 B_0$  die  $\mathfrak{M}_W$ -Linie für  $R = 2000$  im Punkt  $B_0$ , ist die Grenze des Gleichgewichts mit ständigem Gleiten des Radsatzes unter konstantem  $\alpha_1$  erreicht. Rückt AB noch weiter nach links, d. h. wird  $\zeta$  noch kleiner als  $\overline{OA_0} = \zeta'$ , so ist das verfügbare negative  $\mathfrak{M}_R$  nicht mehr groß genug, dem erforderlichen negativen  $\mathfrak{M}_W$  das Gleichgewicht zu halten, d. h. dann wird das Gehängerückstellmoment zu schwach, den stark wendenden Radsatz bei einem auch noch so kleinen positiven  $\alpha_1$  unter Gleiten festzuhalten. Der in den Bogen einlaufende Radsatz rollt vielmehr weiter, verkleinert dabei sein  $\alpha_1$ , zunächst bis auf 0 bei stärkster Annäherung an die Außenschiene, rollt dann, da er, aus der Gleismitte nach außen verschoben, momentan auf einem Bogen läuft, dessen Halbmesser kleiner als R ist, von der Außenschiene etwas ab, auf die Innenschiene zu, mit nunmehr negativem allmählich wachsendem  $\alpha_1$ .

Dies negative  $\alpha_1$  des Rollens kann nicht beliebig groß werden, wie folgende Betrachtung zeigt. Ziehen wir in unserem zeichnerischen Verfahren, für diesen Fall dargestellt durch Abb. 7, vom rechten Endpunkt K der  $\zeta_1$  darstellenden Strecke  $\overline{OK}$  die  $\mathfrak{M}_R$ -Linie, so schneidet diese bei dem vorliegenden  $\zeta_1$  die zugehörige ganz im Negativen liegende  $\mathfrak{M}_W$ -Linie überhaupt nicht, wohl aber eine in der Höhe von  $\mathfrak{M}_{W_0}$ , d. h. des  $\mathfrak{M}_W$  für  $\alpha = 0$ , durch S gelegte waagrechte Gerade in L bei einem negativen  $\alpha_1 = \overline{ON}$ . Das ist der größte negative Wert von  $\alpha_1$ , den der Radsatz beim Abrollen von der Außenschiene annehmen kann; denn ebenso groß wie  $\mathfrak{M}_{W_0} = 2fs$  ist das Moment, das erforderlich ist, den nur mit seinen beiden

Laufkreisen, nicht außerdem mit einem Spurkranz, die beiden Schienen berührenden, also nicht anlaufenden, Radsatz gleitend zu wenden; die in Abb. 7 durch S gezogene waagrechte Gerade stellt also auch dieses Moment dar. —  $\alpha_{1\max}$  hat nach Abb. 7 den Ausdruck

$$-\alpha_{1\max} = \mathfrak{M}_{W_0} \cdot \cotg \eta - \zeta_1 = fs \frac{Q}{Q'} \frac{1}{m \cdot k^2} - \frac{a}{2r} \dots (32).$$

Sucht nun der von der Außenschiene abrollende Radsatz ein größeres negatives  $\alpha_1$  anzunehmen, so wird er bei  $-\alpha_{1\max}$  von den Federgehängen festgehalten und gerät ins Gleiten, gleitet mit  $-\alpha_{1\max}$  auf die Innenschiene zu, bis der Laufkreis

seines Innenrades größer als der seines Außenrades wird. In diesem Augenblick hört das Gleiten wieder auf, rollt der Radsatz unter Verkleinerung des negativen  $\alpha_1$  langsamer auf die Innenschiene zu, geht bei stärkster Annäherung an diese durch  $\alpha_1 = 0$ , rollt mit wachsendem  $+\alpha_1$  auf die Außenschiene zu und wiederholt das beschriebene Spiel. Das heißt: der Radsatz pendelt rollend in sinuslinienartiger Bahn zwischen den beiden Schienen hin und her mit eingeschalteten Gleitstrecken.

Ob es zu diesem Zwischengleiten kommt, hängt ab von den geometrischen Verhältnissen und der Größe von  $\alpha_{1\max}$ , also nach Gl. 32) u. a. von der Größe von a, R, m und k. Je größer das Querspiel ist, das die Achse im Gleis hat, desto größer ist das negative  $\alpha_1$ , das sie beim Abrollen von der Außenschiene anzunehmen sucht. Andererseits sinkt  $-\alpha_{1\max}$  nach Gl. 32) mit zunehmendem a, m, k und abnehmendem R. R kann nur bis auf  $R'$  abnehmen; bei den üblichen Werten dieser Größen ist  $-\alpha_{1\max}$  so groß, daß der Radsatz beim Abrollen von der Außenschiene diesen Wert des negativen  $\alpha_1$  geometrisch nicht erreicht, d. h. kein Zwischengleiten eintritt.

Ein Vergleich mit dem Verhalten des Radsatzes bei Einpunktberührung bei gleichem R, a, k, m,  $\frac{Q'}{Q}$  zeigt zunächst, daß gemäß den angegebenen Abweichungen der  $\mathfrak{M}_W$  beider Berührungsarten voneinander bei Zweipunktberührung nur bei kleinem  $\zeta$  das  $\alpha_1$  größer wird als bei Einpunktberührung, bei größerem  $\zeta$  dagegen kleiner. Der Vergleich zeigt weiter, daß das reine sinusartige Pendelrollen des Radsatzes mit  $W = 0$  bei Zweipunktberührung erst in sehr viel flacheren Bögen auftritt als bei Einpunktberührung. Daraus, daß  $\alpha_1$  bei größerem  $\zeta = \frac{a}{2R}$  bei Zweipunktberührung etwas kleiner wird als bei Einpunktberührung, folgt noch nicht, daß dann auch der Gleitwiderstand W kleiner wird; im Gegenteil, die Rechnung ergibt, daß W allgemein etwas größer wird.

In Abb. 3 a und 3 b, Taf. 29 sind  $\zeta_1$  und w über R als dick ausgezogene Kurvenzüge aufgetragen für eine freie Lenkachse, die als Vorderachse eines zweiachsigen Wagens einmal (Abb. 3a) von 5,25 und das andere Mal (Abb. 3 b) von 10,5 m Radstand  $\frac{1}{m^{\text{mm}}} = 0,00734$ ,  $k^{\text{mm}} = 980$ ,  $\frac{Q'}{Q} = 0,9$ . — Es sind die gleichen Daten, wie die des Zahlenbeispiels der Einpunktberührungsuntersuchung. — In ganz ähnlichen Linien sind außerdem in Abb. 3 a und 3 b die entsprechenden Werte bei Einpunktberührung eingetragen,

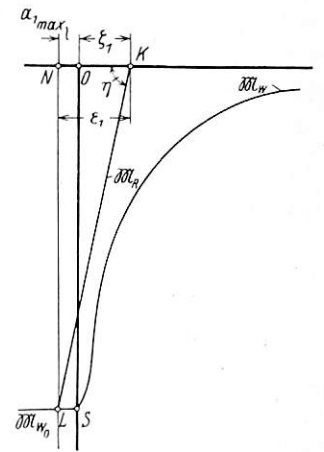


Abb. 7.

gekennzeichnet durch den Index I.  $\zeta = \frac{a}{2R}$  ist natürlich unabhängig von der Berührungsart. Der Vergleich zeigt, daß die  $\alpha_1$  beider Berührungsarten bei kleinerem R nahezu gleich sind und daß mit wachsendem R der Anlaufwinkel  $\alpha_1$  bei Zweipunktberührung nur ganz allmählich auf 0 absinkt, während er bei Einpunktberührung schon bei ziemlich kleinem R ziemlich plötzlich auf 0 abnimmt, daß das Pendelrollen bei Zweipunktberührung erst in viel flacheren Bögen beginnt als bei Einpunktberührung. Die ebenfalls eingetragene  $-\alpha_{1\max}$ -Linie fällt zwar mit der für Einpunktberührung zusammen, beginnt aber erst bei viel größerem R, nämlich  $R = R' = 1363$  m; die beim Pendelrollen erreichbaren Werte von  $-\alpha_{1\max}$  sind deshalb etwas größer als bei Einpunktberührung, die Neigung zum Zwischengleiten ist noch kleiner als dort.

Der Vergleich der W-Kurven beider Berührungsarten zeigt, daß der Krümmungswiderstand bei der Zweipunktberührung durchweg erheblich größer ist als bei Einpunktberührung, erst ganz allmählich und bei viel größerem R zu Null wird und daß der Unterschied bei dem Wagen mit kleinem Radstand größer ist als bei dem mit großem.

R, a, m und  $\frac{Q'}{Q}$  beeinflussen somit den Anlaufwinkel  $\alpha_1$  oder die Bogeneinstellung und den Krümmungswiderstand  $w_1$  und damit auch den Verschleiß bei Zweipunktberührung in gleichem Sinn wie bei Einpunktberührung. Das heißt zunehmender Radstand a und abnehmender Halbmesser R bewirken allgemein ein Wachsen von  $\alpha_1$  und  $w_1$ . m und  $\frac{Q'}{Q}$  wirken in engen Bögen mit positivem Wenden anders wie in flacheren mit negativem Wenden. Während Zunahme von m und  $\frac{Q'}{Q}$  in jenen engen Bögen  $\alpha_1$  und  $w_1$  etwas herabzieht, vergrößert es diese Größen in flacheren Bögen, wie sich aus der zeichnerischen Konstruktion von  $\alpha_1$  (s. Abb. 2, Taf. 29) ohne weiteres ergibt. Der letztere Einfluß ist auch hier der wichtigere, man sollte deshalb auch bei Zweipunktberührung m und  $\frac{Q'}{Q}$  ziemlich niedrig halten. Die Ladung des Wagens wirkt ungünstig auf die Bogeneinstellung des Radsatzes.  $\zeta_1 = \frac{a}{2R}$  setzt Außenanlauf auch des Hinterradsatzes voraus. Läuft dieser innen an, so ist  $\zeta_1 = \frac{a}{2R} + \frac{\sigma}{a}$ , wenn  $\sigma$  das Querspiel der Achse im Gleis bedeutet. Dann ist also mit diesem etwas größeren  $\zeta_1$  zu rechnen.

**Hinterradsatz.**

Sein Anlaufwinkel bei Außenanlauf beider Radsätze  $\alpha_2$  hat den Ausdruck (s. Abb. 6)  $\alpha_2 = \varepsilon_2 - \zeta = \varepsilon_2 - \frac{a}{2R}$ . Auch er wird am besten zeichnerisch wie  $\alpha_1$  in der durch Abb. 2, Taf. 29 dargestellten Weise ermittelt. Man trägt danach vom Koordinatennullpunkt 0 auf der Abszissenachse nach links  $\zeta = \frac{a}{2R}$  für irgendein R und a als Länge  $\overline{OD}$  ab und zieht durch D eine  $\mathcal{M}_R$ -Linie, d. h. eine um  $\eta$  gegen die Abszissenachse geneigte Gerade  $\overline{DE}$  bis zum Schnittpunkt E mit der  $\mathcal{M}_W$ -Linie von gleichem R, dann ist die waagrechte Projektion  $\overline{DF}$  dieser Strecke  $\overline{DE}$  gleich dem gesuchten  $\varepsilon_2$  und  $+\alpha_2$  gegeben durch die Strecke  $\overline{OF}$  rechts von der Ordinatenachse. Damit ein positiver Anlaufwinkel  $\alpha_2$  auftritt, muß der Schnittpunkt E der  $\mathcal{M}_R$  und  $\mathcal{M}_W$ -Linie rechts von der Ord-

natenachse liegen. Abb. 2, Taf. 29 zeigt, daß wegen der Steilheit der  $\mathcal{M}_R$ -Linie der Winkel  $\alpha_2$  unter allen Umständen nur einen sehr kleinen positiven Wert haben kann und daß ein positiver Wert nur bei kleinem  $\zeta = \frac{a}{2R}$  möglich ist.

Weiter zeigt Abb. 2, Taf. 29, daß nur  $\mathcal{M}_W$ -Linien für  $R < R'$ , im Beispiel = 1363 m, von den  $\mathcal{M}_R$ -Linien geschnitten werden können. Die Hinterachse kann also außen anlaufen nur mit sehr kleinem Anlaufwinkel  $\alpha_2$  und nur bei kleinem  $\zeta = \frac{a}{2R}$ , mithin nur bei kleinem a oder nicht ganz kleinem R, das aber andererseits höchstens gleich  $R'$  sein kann.

Die  $\mathcal{M}_W$  für  $R < R'$  haben alle wie oben ermittelt bei  $\alpha = 0$  den Grenzwert  $\mathcal{M}_{W_0} = +2 f s$ . Derjenige obere Grenzwert von  $\zeta = \frac{a}{2R}$ , bei dem die Hinterachse noch gerade mit  $\alpha_2 \sim 0$  außen anläuft, ist (s. Abb. 2, Taf. 29) gegeben durch die Beziehung:  $\zeta \cdot \operatorname{tg} \eta = \mathcal{M}_{W_0}$  oder  $\frac{a}{2R} \cdot \frac{Q'}{Q} \cdot m \cdot 2 k^2 = 2 f s$ , woraus sich das zugehörige  $R = R_1$  ergibt zu

$$R_1 = \frac{a}{2} \cdot \frac{Q'}{Q} \cdot \frac{m \cdot k^2}{f \cdot s} \dots\dots\dots 33).$$

$R_1$  wächst proportional a,  $\frac{Q'}{Q}$ , m und  $\frac{1}{f}$  wie bei Einpunktberührung. Also nur in Bögen von  $R > R_1$  und  $< R'$  kann die Hinterachse unter durchgängigem Gleiten mit konstantem  $\alpha_2$  außen anlaufen.

Läuft der Radsatz in einen Bogen von  $R > R'$  ein, so wird bei seiner Annäherung an die Außenschiene der Unterschied seiner beiden Laufkreise bald so groß, daß er stark wendend durch die Radialstellung,  $\alpha_2 = 0$ , hindurch und weiterhin von der Außenschiene ab auf die Innenschiene zu rollt mit nunmehr negativem allmählich wachsendem  $\alpha_2$ . Die Federgehänge hindern ihn nicht an dieser Bewegung, das Fahrgestell dreht sich in gleichem Sinn wie der Radsatz. Bei weiterem Zurollen auf die Innenschiene beginnt sich der Radsatz anders herum zu wenden, sich sozusagen zurückzulegen, unter Abnahme des negativen  $\alpha_2$ , während das Fahrzeug sich immer in gleichem Sinne weiterdreht. Bei stärkster Annäherung an die Innenschiene geht  $\alpha_2$  durch 0. Weiterhin rollt der Radsatz wieder von der Innenschiene ab auf die Außenschiene zu mit nunmehr positivem zunehmendem  $\alpha_2$ ; er legt sich dabei weiter gegen das Fahrgestell zurück und spannt die Federgehänge stärker an. Bei diesem Zurücklegen und Anspannen kann bei einem gewissen  $+\alpha_2 = +\alpha_{2\max}$  das  $\mathcal{M}_R$  der Federgehänge so groß werden, daß es das  $\mathcal{M}_{W_0}$  des nicht-anlaufenden Radsatzes überwindet. Dann kommt der Radsatz ins Gleiten und gleitet mit  $+\alpha_{2\max}$  soweit auf die Außenschiene zu, bis sein Außenlaufkreis größer wird als sein Innenlaufkreis. In diesem Augenblick beginnt der Radsatz wieder zu rollen und wiederholt das beschriebene Spiel.  $+\alpha_{2\max}$  entspricht genau dem  $-\alpha_{1\max}$  des Zwischengleitens der Vorderachse und hat den gleichen Ausdruck:

$$\alpha_{2\max} = f \cdot s \cdot \frac{Q'}{Q} \cdot \frac{1}{m \cdot k^2} - \frac{a}{2R} \dots\dots\dots 32).$$

Da der positive Anlaufwinkel durchgängigen Gleitens bei der Hinterachse schon in engeren Bögen = 0 wird als bei der Vorderachse, in Bögen gleichen Halbmessers bei jener erheblich kleiner als bei dieser und da ein durchgängig mit kleinem positiven Anlaufwinkel gleitender Radsatz infolge irgendwelcher Unregelmäßigkeiten leicht ins Rollen kommt, tritt dies Rollen bei der Hinterachse schon in viel engeren Bögen auf als bei der Vorderachse. Bei diesem Rollen in den engeren Bögen ist auch die Neigung zum Auftreten des Zwischengleitens größer als bei der Vorderachse [s. Gl. 32)].

Mit wachsendem R schrumpfen natürlich auch hier die etwa vorhandenen Zwischengleisstrecken zusammen und geht der Radsatz rein pendelrollend durch den Bogen.

Der Gleichgewichtszustand in engen Bögen von  $R < R_1$  ist zeichnerisch dargestellt durch Abb. 8. Die vom Endpunkt G der  $-\zeta_2$  darstellenden Strecke  $\overline{OG}$  gezogene  $\mathcal{M}_R$ -Linie schneidet die zugehörige  $\mathcal{M}_W$ -Linie für Außenanlauf gar nicht, dagegen die  $\mathcal{M}_{W_0}$ -Linie in L, links von der Ordinatenachse, also bei negativem Außenanlaufwinkel  $-\alpha_{2max}$ , und außerdem die zugehörige  $\mathcal{M}_{W_1}$ -Linie für Innenanlauf in H.  $-\alpha_{2max}$  hat hier den Ausdruck:

$$-\alpha_{2max} = \zeta_2 - \mathcal{M}_{W_0} \cdot \cotg \eta = \zeta_2 - f. s. \frac{Q}{Q'} \cdot \frac{1}{m \cdot k^2} \dots 32a),$$

wie bei Einpunktberührung. Der Schnitt mit der  $\mathcal{M}_{W_1}$ -Linie deutet hin auf Innenanlauf!

Läuft ein Hinterradsatz in einen solchen engen Bogen von  $R < R_1$  ohne Übergangsbogen ein, so dreht sich, während der Radsatz beim Zurollen auf die Außenschiene langsam anfängt zu wenden, das durch die Vorderachse in den Bogen eingeschwenkte Fahrzeuggestell schon so kräftig, daß die Federgehänge schnell scharf angespannt werden, das dadurch wachgerufene  $\mathcal{M}_R$  bei positivem  $\alpha_2$  entweder schon vor Anstreifen des äußeren Spurkranzes an die Außenschiene das große  $\mathcal{M}_{W_0}$ , spätestens aber bei Anstreifen des Spurkranzes das viel kleinere  $\mathcal{M}_W$  überwindet und den Radsatz gleitend vorzieht unter Verkleinerung des positiven  $\alpha_2$ . Dabei steigt  $\mathcal{M}_W$  und zwar bis auf  $\mathcal{M}_{W_0}$  bei  $\alpha_2 = 0$ . Bei noch weiterem gleitendem Vorziehen bleibt  $\mathcal{M}_W$  konstant =  $\mathcal{M}_{W_0}$ .  $\alpha_2$  wird dabei negativ und verkleinert sich bis auf den in Abb. 8 dargestellten Wert  $-\alpha_{2max}$ . Mit diesem negativen  $\alpha_{2max}$  bewegt sich der Radsatz so lange gleitend auf die

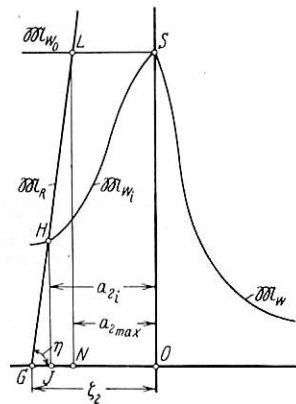


Abb. 8.

Innenschiene zu, bis sein Innenrad mit seinem Spurkranz an die Innenschiene anstreift. Mit diesem Anstreifen sinkt das zu überwindende spezifische Wendemoment von  $\mathcal{M}_{W_0}$  auf  $\mathcal{M}_{W_1}$ , ziehen die Federgehänge gegen den gesunkenen Widerstand den Radsatz vor in die durch den Winkel  $\alpha_{2i}$  als positiven Anlaufwinkel des Innenrades gekennzeichnete Stellung, das ist die Beharrungsstellung, in der er gleitend weiterläuft.

$\alpha_{2i}$  wird genau so ermittelt wie  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ , ebenfalls am besten zeichnerisch nach dem in Abb. 2, Taf. 29 dargestellten Verfahren. Im linken oberen Quadranten dieser Abbildung sind die  $\mathcal{M}_{W_1}$ -Linien für Innenanlauf für einige R in ein Viertel des Maßstabes der beiden rechten Quadranten aufgetragen über  $\alpha$  in unverändertem Maßstabe.  $\zeta_2$  ist hier nicht  $\frac{a}{2R}$ , sondern, da der Vorderradsatz außen, der Hinter-

radsatz innen anläuft,  $= \frac{a}{2R} - \frac{\sigma}{a}$ . Trägt man dieses  $\zeta_2$  vom Koordinatennullpunkt 0 nach links als Strecke  $\overline{OG}$  auf der Abszissenachse ab und zieht von deren Endpunkt G eine unter  $\eta$  gegen diese Achse geneigte  $\mathcal{M}_R$ -Gerade  $\overline{GH}$ , so gibt der Abstand des Schnittpunkts H dieser  $\mathcal{M}_R$ -Linie mit der  $\mathcal{M}_W$ -Linie des zugehörigen R von der Ordinatenachse die Größe des gesuchten  $\alpha_{2i} = \zeta - \varepsilon_2$  an. Auch dieser Anlaufwinkel  $\alpha_{2i}$  wächst, wie sein Ausdruck

$\alpha_{2i} = \frac{a}{2R} - \frac{\sigma}{a} - \varepsilon_2$  zeigt, mit zunehmendem Radstand und abnehmendem Bogenhalbmesser R. R muß, wie gezeigt,  $> R_1$  und  $< R'$  sein, damit die Hinterachse zu diesem Innenanlauf lomme. a muß dazu bei jedem R einen gewissen Mindestwert haben. Dieser ergibt sich aus Gl. 33), indem wir diese nach a auflösen zu:

$$a_{min} = R_{min} \frac{Q}{Q'} \cdot \frac{2fs}{m \cdot k^2} \dots 34).$$

Diesem  $a_{min}$  gehört in der Darstellung der Abb. 2, Taf. 29 eine vom Schnittpunkt S der  $\mathcal{M}_{W_1}$ -Linie mit der Ordinatenachse gezogene  $\mathcal{M}_R$ -Linie  $\overline{SK}$  und  $\alpha_{2i} = 0$  zu. Bei kleinem  $\eta$ , d. h.

kleinem m oder  $\frac{Q'}{Q}$ , kann diese  $\mathcal{M}_R$ -Linie die  $\mathcal{M}_{W_1}$ -Linie von  $R_{min}$  noch schneiden, dann ist nicht das durch Gl. 34) gegebene  $R_{min}$  maßgebend, sondern dasjenige, das wir zeichnerisch aus Abb. 2, Taf. 29 erhalten, indem wir eine  $\mathcal{M}_R$ -Linie als Berührende an die  $\mathcal{M}_{W_1}$ -Linie für  $R_{min}$  legen.

Wie Abb. 2, Taf. 29 zeigt, sinkt  $\alpha_{2i}$  mit abnehmendem  $\eta$ , also abnehmendem  $\frac{Q'}{Q}$  und m; beide sollten danach möglichst klein gehalten werden.

Da der Anlaufwinkel  $\alpha_1$  der Vorderachse beim Außenanlauf in engen Bögen mit positivem Wenden aus der Summe von  $\zeta_1 = \frac{a}{2R} + \frac{\sigma}{a}$  und  $\varepsilon_1$ , der der Hinterachse beim Innenanlauf

dagegen aus der Differenz von  $\zeta_2 = \frac{a}{2R} - \frac{\sigma}{a}$  und  $\varepsilon_2$  besteht,

kann  $\alpha_{2i}$  bei gleichem  $\frac{a}{2R}$  zwar nie so groß werden wie  $+\alpha_1$ , aber immerhin in engen Bögen bei großem Radstand erheblich größer als  $\alpha_2$  bei Außenanlauf. Demgemäß kann auch der Krümmungswiderstand und Verschleiß bei Hinten-Innenanlauf ziemlich groß werden, erheblich größer als bei Hinten-Außenanlauf. Hinten-Innenanlauf ist daher möglichst zu vermeiden, das erreicht man, wie die obigen Untersuchungen zeigen, durch kleines a, m,  $\frac{Q'}{Q}$ .

Für unser Zahlenbeispiel ergeben sich folgende Werte: Nach Gl. 32) ist der größtmögliche Halbmesser  $R_1$  des Innenanlaufs

$$= 111 \text{ m bei } a = 5,25 \text{ m}$$

und

$$= 222 \text{ m bei } a = 10,5 \text{ m}$$

wie bei Einpunktberührung. Bei dem kleinen Radstand hat also der Innenanlauf der Hinterachse keine praktische Bedeutung. Für Innenanlauf der Hinterachse des Wagens mit 10,5 m Radstand erhalten wir die Zahlenwerte folgender Zusammenstellung:

|               |          |        |
|---------------|----------|--------|
| $R^m$         | = 170    | 200    |
| $\alpha_{2i}$ | = 0,0212 | 0,0148 |
| $w^{kg/t}$    | = 5,8    | 4,15   |

Der Anlaufwinkel weicht nur wenig ab von dem bei Einpunktberührung. Der Krümmungswiderstand ist bei beiden Bogenhalbmessern erheblich größer als bei Einpunktberührung und recht beträchtlich. Der Mindestradstand für Hinten-Innenanlauf ist in Bögen von  $R_{min} = 170 \text{ m} - 8,04 \text{ m}$ , er ergibt sich durch Zeichnen der  $\mathcal{M}_R$ -Linie  $\overline{KS}$  in Abb. 2, Taf. 29. In dem Krümmungsbereich  $R_1$  bis  $R'$ , beim Wagen von 10,5 m Radstand also im Bereich von  $R = 222$  bis 1363 m, beim Wagen von 5,25 m Radstand bei allen Bogenhalbmessern kleiner als 1363 m, ist der Krümmungswiderstand wie gesagt sehr klein. Bei  $R > 1363 \text{ m}$  ist er = 0. Also auch bei Zwei-

punktberührung verhält sich der Hinterradsatz, abgesehen von großem m und a, recht günstig, viel günstiger als der Vorderradsatz.

Querkräfte.

Die der bisherigen Untersuchung zugrunde gelegte vorläufige Annahme, daß durch die Federgehänge keine Querkräfte übertragen werden, trifft auch hier im allgemeinen nicht zu. Auch hier treten, genau wie bei Einpunktberührung, Querkräfte in den Federgehängen auf, sobald Rückstellmomente M<sub>R</sub> auftreten, sobald also α ≥ ζ ist, und außerdem bei freier Fliehkraft, Winddruck, Kupplungs- und Zugkraftseitenkomponenten. Über ihre Größe gilt das in meiner Arbeit von 1933 Gesagte.

Eine den vorderen Radsatz vom Fahrgestell her an die Außenschiene anpressende Querkraft H wirkt auf sein Verhalten im Bogen folgendermaßen. Sie greift am Radsatz an an den Enden der Tragfedern, um i über Schienenoberkante. Wir betrachten zunächst wieder den Bereich α > α'. In ihm bleiben die Ausdrücke 2) bis 6a) für die Gleitwiderstände K, G, G', R, S unverändert, während 7a) und 8a) für K' und G' lauten:

K' ~ f (Q - H \* i / (2s)) \* z' / (r \* alpha)

und

G' ~ f (Q - H \* i / (2s))

Die Gl. 9) der Längskräfte ändert sich nicht, die übrigen Komponenten- und Momentengleichungen 9) bis 13) lauten jetzt:

G + G' + G + H - N \* sin beta \* cos alpha = 0

- N \* cos beta - S - N\_A + Q + H \* i / (2s) = 0

T (r + h) - (Q + H \* i / (2s)) \* x - K \* h + K' (h + a) + N\_A \* x = 0

T (t + c) + (G' + G + H) \* x - K' (2s - c) - K \* c = 0

Daraus erhalten wir in der gleichen Weise wie oben:

N\_AH = Q \* (tg(beta - rho) - tg rho) / (tg(beta - rho) + tg rho) - H \* (1 / (tg(beta - rho) + tg rho) - i / (2s)) ... 35)

Der Faktor von H ist fast immer positiv; N\_AH wird infolge des Auftretens der Querkraft H, abgesehen von sehr großem i,

nicht größer, sondern kleiner! H drückt den Radsatz mit dem schrägen Spurkranz seines Außenrades gegen die Außenschiene und sucht dabei das Außenrad hochzuschieben. Bei der großen Seitenkraft

H = Q \* (tg(beta - rho) - tg rho) / (1 - i / (2s))

würde N\_AH = 0 sein, Einpunktberührung beginnen. Weiter erhalten wir wie oben:

N\_H = (2 \* Q \* tg rho + H) / (1 + tg^2 rho) \* 1 / sin beta ... 36)

H vergrößert also den Spurkranznormaldruck. Die Richtkraft P = N\_H \* sin beta hat den Ausdruck:

P\_H = (2 \* Q \* tg rho + H) / (1 + tg^2 rho) ... 37)

P\_H ist angenähert um H größer als das P für H = 0. Sowohl N\_H wie P\_H sind unabhängig von i, also der Höhenlage von H! Bei Einpunktberührung dagegen wächst N\_H mit i, während P\_H ebenfalls unabhängig von i ist. Das rührt von der Veränderlichkeit von beta bei der Einpunktberührung her.

Weiter erhalten wir in der gleichen Weise wie oben:

T\_H ~ (2 \* Q \* tg rho + H) / (1 + tg^2 rho) \* (1 + tg rho \* tg beta) \* alpha = P\_H \* (1 + tg rho \* tg beta) \* alpha ... 38)

mit H zunehmend und

z\_H' = ((2sr/R) - a) \* ((1 - tg^2 rho) \* Q + H \* (i / (2s) \* (1 + tg^2 rho) - tg rho)) / (2 \* Q - H \* tg rho) - (h / tg beta) \* (2 \* Q \* tg rho + H) / (2 \* Q - H \* tg rho) - a^2 \* r \* tg beta \* (2 \* Q \* tg rho + H) / (2 \* Q - H \* tg rho) ... 39)

Danach wird z' durch H verkleinert; der vergrößerte Spurkranzdruck N zieht die u-Achse näher an A heran. Auch R\_1, der Bogenhalbmesser, bei dem z' = 0 wird, wird demgemäß, kleiner. Er hat den Ausdruck:

R\_1H = (2sr) / (a + (2 \* Q \* tg rho + H) \* (alpha^2 \* r \* tg beta + h / tg beta) / ((1 - tg^2 rho) \* Q + H \* (i / (2s) \* (1 + tg^2 rho) - tg rho))) ... 40)

Schließlich ergibt sich:

M\_WH ~ (1/alpha) \* tg rho \* (2s - c) / r \* (1 - H/Q \* i / (2s)) \* { ((2sr/R) - a) \* (1 - tg^2 rho + H/Q \* (i / (2s) \* (1 + tg^2 rho) - tg rho)) / (2 - H/Q \* tg rho) - (h / tg beta) \* (2 \* tg rho + H/Q) / (2 - H/Q \* tg rho) - alpha \* { tg rho \* (2s - c) \* (1 - H/Q \* i / (2s)) \* tg beta \* (2 \* tg rho + H/Q) / (2 - H/Q \* tg rho) - (2 \* tg rho + H/Q) / (1 + tg^2 rho) \* (1 + tg rho \* tg beta) \* (s - c) + (r + h) \* tg rho / (1 + tg^2 rho) \* [ 2 \* (tg beta - tg rho) - H/Q \* (1 + tg rho \* tg beta) ] + (r + h) \* H/Q \* tg beta } ... 41)

M\_W wird durch H verkleinert.

Für alpha = 0 erhalten wir: G\_H0 = 0, G\_H0 = 0, G\_H0' = 0,

S\_H0 = 0, N\_H0 = H / sin beta, P\_H0 = H, N\_AH0 = Q + H \* (i / (2s) - cotg beta),

R\_H0 = H / sin beta \* tg rho - mit einer unten angegebenen Einschränkung -

Im Gegensatz zu H = 0 geht hier die u-Achse nicht stets durch A, sondern unter Umständen durch A' und A,

wie sich leicht aus Ansetzen der Momentengleichung der drei allein noch vorhandenen Gleitwiderstände R, K und K' um die Radsatzdrehachse ergibt. Durch welchen der drei Punkte sie geht, hängt ab von der Größe von H, i/s und R. Bei nicht sehr großem H geht sie durch A' in Bögen von R < R', wenn i/s < 1/sin beta + cotg beta, was meistens der Fall ist, und durch A in

Bögen von  $R > R'$ , wenn  $\frac{i}{s} > \cotg \beta - \frac{1}{\sin \beta}$ , was immer der Fall ist. Auch in Bögen  $R < R'$  geht sie durch A, wenn  $\frac{i}{s} > \frac{1}{\sin \beta} + \cotg \beta$ , was selten der Fall ist. Geht die u-Achse durch A', ist:

$$K = f \left[ Q + H \left( \frac{i}{2s} - \cotg \beta \right) \right]$$

und

$$K' \sim f \left[ Q - H \left( \cotg \beta + \frac{1}{\sin \beta} - \frac{i}{2s} \right) \right].$$

Geht die u-Achse durch A, so ist bei  $R < R'$ :

$$+ K \sim f \left[ Q + H \left( \frac{1}{\sin \beta} - \frac{i}{2s} \right) \right],$$

$$+ K' \sim f \left( Q - H \frac{i}{2s} \right)$$

und bei  $R > R'$ :

$$- K \sim f \left[ Q - H \left( \frac{i}{2s} + \frac{1}{\sin \beta} \right) \right]$$

und

$$- K' \sim f \left( Q - H \frac{i}{2s} \right).$$

Bei sehr großem H, und zwar bei  $H > Q \frac{2 \sin \beta}{\cos \beta + 1}$ , durchdringt die u-Achse das Außenrad in  $\mathfrak{A}$ ; dann ist  $\mathfrak{R} \sim f(2Q - H \cdot \cotg \beta)$ .

Weiter erhalten wir in der gleichen Weise wie oben, wenn die u-Achse das Innenrad in A' durchdringt:

$$T_{0H} = -f Q \frac{a}{r} + f \cdot H \frac{a}{r} \left( \frac{1}{\sin \beta} + \cotg \beta - \frac{i}{2s} \right) + f \cdot H \frac{h}{r \cdot \sin \beta}$$

und, wenn die u-Achse das Außenrad in A durchdringt:

$$T_{0H} = -f Q \frac{a}{r} + f \cdot H \frac{a}{r} \cdot \frac{i}{2s} + f \cdot H \frac{h}{r \cdot \sin \beta},$$

in beiden Fällen  $t_{0H} \sim -\frac{2sr}{a} = -R'$  und

$$\mathfrak{M}_{w_{0H}} \sim T_{0H} \cdot t_{0H}.$$

Mir Hilfe dieser Ausdrücke können wir genau wie oben die Anlaufwinkel  $\alpha$  und den Krümmungswiderstand  $w$  für verschiedenes  $a$ ,  $R$ ,  $m$ ,  $\frac{Q'}{Q}$ ,  $H$  und  $i$  ermitteln. Auch hier sind die beim Gleiten der Radsätze unter konstantem  $\alpha$  durch die  $\mathfrak{M}_R$  erzeugten Querkräfte  $H$  so klein, daß sie vernachlässigt werden, die oben für  $H = 0$  ermittelten Werte von  $\alpha$  und  $w$  als ausreichend genau angesehen werden, können. Durch Massenwirkung hervorgerufene  $H$  können größer sein.

Über das Längsspiel zwischen Achsbuchsen und Achshaltern gilt das für Einpunktberührung in meiner Arbeit von 1933 Gesagte.

### Zusammenfassung und Vergleich.

Überschlägig verhalten sich demnach die beiden freien Lenkachsen eines zweiachsigen Wagens folgendermaßen. Der Vorderradsatz durchfährt Bögen vom kleinsten vorkommenden Halbmesser bis hinauf zum Rollhalbmesser  $R'$  unter ständigem Gleiten mit Anlauf außen und konstantem positivem Anlaufwinkel. Der Rollhalbmesser  $R' = \frac{2rs}{a}$  beträgt für Regelspur und Wagen der Hauptbahnen des VMEV bei neuen Profilen mit der derzeitigen Spurregelung etwa 1360 m. Dieser Anlaufwinkel ist in engen Bögen etwas größer, in flachen

etwas kleiner als  $\frac{a}{2R'}$ , demnach bei dem großen  $R'$  nur noch sehr klein. In Bögen, deren  $R$  noch größer als  $R'$  ist, hört das Gleiten mit konstantem Anlaufwinkel bald auf und macht einem Pendelrollen des Radsatzes mit periodisch veränderlichem positivem und negativem Anlaufwinkel Platz. Die Wellenhöhen dieser sinusartigen Rollbewegung wachsen mit zunehmendem Querspiel der Achse im Gleis, ihre Wellenlänge sinkt mit zunehmender Kegeligkeit der Radreifen. Bei Einpunktberührung geht das Gleiten schon in viel engeren Bögen von  $R = 300 \div 600$  m in dies Rollen über.

Der Hinterradsatz neigt zwar in sehr engen Bögen zum Innenanlauf mit konstantem Anlaufwinkel unter durchgängigem Gleiten, kommt dazu aber in Bögen von  $R > 180$  m bei der üblichen Größe des Federgehängerückstellkoeffizienten  $m$  erst bei Radsätzen von mehr als 8 m, und zwar ganz gleich, ob Zwei- oder Einpunktberührung vorliegt. Bei diesem Innenanlauf der Hinterachse bleibt der Anlaufwinkel stets kleiner als beim Außenanlauf der Vorderachse. Bögen, deren Halbmesser größer als der Rollhalbmesser ist, durchläuft der Radsatz pendelrollend, unter Umständen mit Zwischengleitstrecken. Bögen, deren Halbmesser noch nicht so klein ist, daß der Radsatz innen anläuft, aber doch kleiner als  $R'$ , durchläuft der Radsatz unter Gleiten mit Außenanlauf; dabei ist der Anlaufwinkel, namentlich bei größerem  $R$ , so klein, daß der Radsatz durch Gleisunebenheiten und Erschütterungen leicht vorübergehend zum Rollen gebracht werden kann. Auch in dieser Hinsicht verhält sich der Hinterradsatz wie bei Einpunktberührung, nur ist der Rollhalbmesser viel größer, als bei dieser, etwa 1360 gegenüber etwa 220 m. Im ganzen verhält sich der Hinterradsatz erheblich günstiger als der Vorderradsatz.

Zunahme des Radstandes und der Wagenladung wirken ungünstig auf die Bogeneinstellung beider Achsen, ebenso — abgesehen von sehr engen Bögen — Vergrößerung des Federgehängerückstellkoeffizienten  $m$ . Je größer  $m$ , desto größer sind — mit der oben angegebenen Einschränkung — die konstanten Anlaufwinkel durchgängigen Gleitens der außen anlaufenden Vorderachse und der innen anlaufenden Hinterachse, und bei desto kleinerem Radstand kommt die Hinterachse schon zum Innenlauf. Man sollte daher  $m$  auch hier niedrig, etwa = 0,006 — 0,007 mm halten.

Der spezifische Krümmungswiderstand und der Verschleiß wachsen mit zunehmendem Anlaufwinkel durchgängigen Gleitens. Sie sind durchweg erheblich größer als bei Einpunktberührung, und der Bereich des Gleitens ist sehr viel größer als bei Einpunktberührung, weil  $R'$  sehr viel größer ist. Man kann durch Verkleinerung von  $m$  den Verschleiß etwas herabziehen und durch Vergrößerung des Querspiels  $\sigma$  der Radsätze im Gleis und der Kegeligkeit ihrer Radreifen den Bereich des Gleitverschleißes etwas verkleinern, denn dadurch verkleinert man  $R' = \frac{2rs}{a}$ . Aber durch diese Mittel der Ver-

kleinerung von  $R'$  verändert man gleichzeitig in ungünstiger Weise die Form der Bahn des pendelrollenden Radsatzes: denn mit Vergrößerung von  $\sigma$  wachsen, wie gesagt, die Wellenhöhen dieser sinusartigen Bewegung und mit Vergrößerung der Kegeligkeit sinkt ihre Wellenlänge. Der Lauf des Radsatzes wird also unruhiger; das fällt um so stärker ins Gewicht, je schneller er läuft. Freie Lenkachsen laufen auch bei Zweipunktberührung entweder ruhig mit Gleitverschleiß oder unruhig pendelrollend.

### Zur Beurteilung der Standsicherheit von Lokomotiven.

Von Ruppert Brezina, Graz.

Bei jeder Lokomotive ist der gefederte Teil auf den ungefederten derart aufgelegt, daß diese Verbindung nur Druckkräfte, niemals Zug übertragen kann. Die Untersuchung auf Standsicherheit darf sich deshalb nicht darauf beschränken, festzustellen, daß bei den gegebenen Betriebsbedingungen mit hinreichender Sicherheit kein Raddruck Null wird, sondern es muß auch geprüft werden, ob an allen Auflagerstellen des gefederten Teiles nur Druckkräfte auftreten. Bei der im Dampflokotivbau überwiegend verwendeten Bauweise mit Innenrahmen wird meist eher der Druck an einer Federauflagestelle als ein Raddruck Null werden und darum werden in erster Linie die Auflagerkräfte des gefederten Teiles bei der Bogenfahrt zu untersuchen sein.

Bei den modernen vielachsigen Lokomotiven sind mit wenigen Ausnahmen die Federn über einzelnen Achslagern durch Ausgleichhebel zu Gruppen zusammengefaßt, wodurch

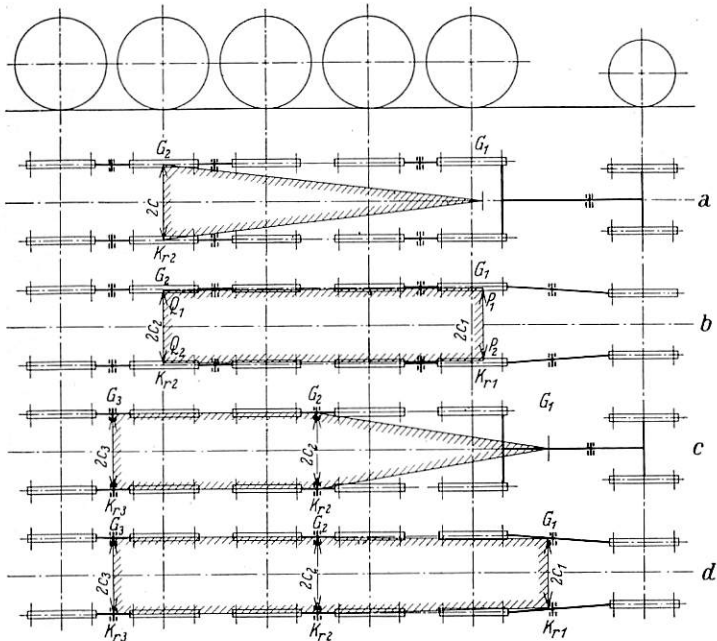


Abb. 1a bis 1d.

die Zahl der theoretischen Auflagerstellen wesentlich herabgesetzt wird. Die am häufigsten vorkommenden Anordnungen sind folgende:

1. Dreipunktstützung (in Amerika bevorzugt) Abb. 1a.
2. Vierpunktstützung (in Mitteleuropa meist angewendet) Abb. 1b.
3. Fünfpunktstützung Abb. 1c.
4. Sechspunktstützung Abb. 1d.

Für die Durchführung der Standsicherheitsrechnung ist es fast immer nötig, die an der Lokomotive tatsächlich vorhandenen Federn durch ideelle Federn an den Eckpunkten des Auflagerpolygons zu ersetzen. Die Auflagerstelle der Ersatzfeder ist der Angriffspunkt der Resultierenden  $P_r$  der Federdrucke der betreffenden Gruppe. Die Federkonstante  $K_r$  der Ersatzfeder (Last in kg, welche eine Durchbiegung von 1 cm erzeugt) berechnet sich aus der Arbeitsgleichung  $P_r \cdot f_r = P_1 f_1 + P_2 f_2 + \dots$  oder nach Einsetzen der Federkonstanten  $\frac{P_r^2}{K_r} = \frac{(P_1 + P_2 + \dots)^2}{K_r} = \frac{P_1^2}{K_1} + \frac{P_2^2}{K_2} + \dots$ , daraus  $K_r = \frac{(\sum P)^2}{\sum \frac{P^2}{K}}$ .

Diese Rechnungsregel ist nur gültig, wenn die Federn einer Gruppe durch eine einzige ideelle Feder ersetzt werden können. Dies ist nicht immer der Fall. Ein Beispiel dafür ist

die bei Vierpunktstützung vorkommende Verbindung der Laufachsfedern mit den Kuppelachsfedern. Erstere liegen meist näher zur Lokomotivmitte als letztere. Die Verbindung derselben erfolgt entweder durch (im Grundriß) schräg zur Lokomotivlängsachse angeordnete Ausgleichhebel (Abb. 2) oder durch einen Querbalken mit vier Anschlußstellen für das Federgehänge (Abb. 3). Beide Anordnungen zeigen hinsichtlich Standfestigkeit ein verschiedenes Verhalten und sollen darum hier untersucht werden.

Für die erstgenannte Anordnung (mit schrägen Ausgleichshebeln) darf die angegebene Rechnungsregel verwendet werden, da A, C und E bzw. B, D und F im Gegensatz zur zweiten Anordnung zwei voneinander unabhängige Gruppen bilden, die je durch eine Feder zu ersetzen sind. Es wird darum die Federkonstante der Ersatzfeder für jede Lokomotivseite

$$K_r = \frac{(A + C + E)^2}{\frac{A^2}{K_1} + \frac{C^2}{K_2} + \frac{E^2}{K_2}} = \frac{(1 + \alpha + \alpha\beta)^2}{\frac{1}{K_1} + \frac{\alpha^2}{K_2} + \frac{\alpha^2\beta^2}{K_2}} = \frac{(1 + \alpha + \alpha\beta)^2 K_1 K_2}{K_2 + K_1 \alpha^2 (1 + \beta^2)}$$

und die Entfernung c der Ersatzfeder von der Lokomotivmitte

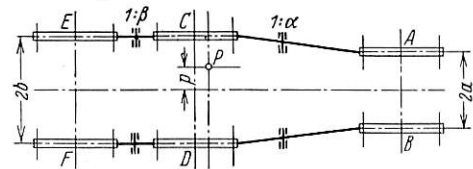


Abb. 2.

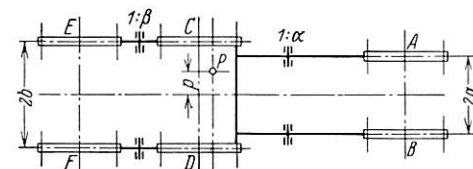


Abb. 3.

ist gleich der Entfernung des Angriffspunktes der Resultierenden von A, C und E von der Lokomotivmitte.

$$c = \frac{A a + (C + E) b}{A + C + E} = \frac{a + b \alpha (1 + \beta)}{1 + \alpha + \alpha \beta}$$

Das ganze System ist so lange stabil, als der Angriffspunkt der Last über der Achsgruppe nicht weiter als c von der Lokomotivmitte entfernt liegt.

Für die zweite Anordnung mit Querbalken ist die Bestimmung der Ersatzfeder umständlicher. Wenn die Last P über der Achsgruppe durch ein Kippmoment um p aus der Mitte verschoben wird, liefern die Gleichgewichtsbedingungen folgende Gleichungen für die sechs Federdrucke.

$$A + B + C + D + E + F = P$$

$$(A - B) a + (C - D) b + (E - F) b = P \cdot p$$

$$\alpha (A + B) = C + D; \quad a \cdot \alpha (A - B) = b (C - D); \quad E = \beta \cdot C; \quad F = \beta \cdot D$$

daraus erhält man:

$$A = \frac{P}{1 + \alpha + \alpha \beta} \cdot \frac{a + p}{2 a}; \quad C = \frac{P}{1 + \alpha + \alpha \beta} \cdot \frac{b + p}{2 b} = \frac{E}{\beta}$$

$$B = \frac{P}{1 + \alpha + \alpha \beta} \cdot \frac{a - p}{2 a}; \quad D = \frac{P}{1 + \alpha + \alpha \beta} \cdot \frac{b - p}{2 b} = \frac{F}{\beta}$$

B wird Null, wenn p = a, D und F sind in diesem Falle noch positiv. Das System wird durch eine um a exzentrisch angreifende Belastung an die Grenze der Standsicherheit gebracht. Da a immer kleiner als c (bei Anordnung 1) ist, ist die Standsicherheit bei der zweiten Anordnung geringer.

Die Federn A bis F können durch zwei Federn mit der konstanten  $K_r$  in der Entfernung c von der Lokomotivmitte ersetzt werden. Für  $K_r$  gilt die Beziehung:

$$2 K_r = \frac{(A+B+C+D+E+F)^2}{\frac{(A+B)^2}{2 K_1} + \frac{(C+D)^2}{2 K_2} + \frac{(E+F)^2}{2 K_2}} = \frac{(1 + \alpha + \alpha \beta)^2}{\frac{1}{2 K_1} + \frac{\alpha^2}{2 K_2} + \frac{\alpha^2 \beta^2}{2 K_2}}$$

weil  $C + D = \alpha(A + B)$  und  $E + F = \alpha \beta(A + B)$

$$K_r = \frac{(1 + \alpha + \alpha \beta)^2 K_1 K_2}{K_2 + K_1 \alpha^2 (1 + \beta^2)}, \text{ wie früher.}$$

c kann folgendermaßen bestimmt werden. Wenn die durch eine Last P zentrisch belastete Achsgruppe von einem Moment P.p beeinflusst wird, ändern sich die einzelnen Federdrücke von  $A_0, B_0, \dots, F_0$  auf A, B, ..., F. Dabei erleiden die Federn bei A und B die Deformation  $f_1$ , bei C und D  $f_2$  und bei E und F  $f_3$ . Die Federdrücke der Ersatzfeder  $L_0$  und  $R_0$  gehen über in L und R, die zugehörige Deformation ist  $f_r$ . Für diesen Vorgang liefert die Arbeitsgleichung nachstehende Beziehung:

$$f_r(L + L_0) - f_r(R + R_0) = f_1(A + A_0) - f_1(B + B_0) + f_2(C + C_0) - f_2(D + D_0) + f_3(E + E_0) - f_3(F + F_0)$$

(mittlerer Kraftwert während der Arbeitsleistung  $\frac{L + L_0}{2}$  usw.)

Bei richtig eingestellter Lokomotive ist  $A_0 = B_0, C_0 = D_0, E_0 = F_0$  und auch  $L_0 = R_0$ , daher

$$f_r(L - R) = f_1(A - B) + f_2(C - D) + f_3(E - F),$$

$$f_1 = \frac{A - A_0}{K_1} = \frac{A - B}{2 K_1}; f_2 = \frac{C - D}{2 K_2}; f_3 = \frac{E - F}{2 K_2};$$

$$L - R = \frac{P p}{c} = 2 K_r \cdot f_r, \text{ daraus } f_r \cdot (L - R) = \frac{(P p)^2}{2 c^2 K_r}.$$

Die Arbeitsgleichung geht damit über in

$$\frac{(P p)^2}{2 c^2 K_r} = \frac{(A - B)^2}{2 K_1} + \frac{(C - D)^2}{2 K_2} + \frac{(E - F)^2}{2 K_2},$$

$$A - B = \frac{P p}{a(1 + \alpha + \alpha \beta)}; C - D = \frac{\alpha P p}{C(1 + \alpha + \alpha \beta)} = \frac{E - F}{\beta}.$$

Diese Werte in die Arbeitsgleichung eingeführt, gibt

$$c^2 K_r = \frac{(1 + \alpha + \alpha \beta)^2}{\frac{1}{a^2 K_1} + \frac{\alpha^2 (1 + \beta^2)}{b^2 K_2}}$$

und endlich

$$c = a \sqrt{\frac{K_2 + K_1 \alpha^2 (1 + \beta^2)}{K_2 + \frac{a^2}{b^2} \cdot K_1 \alpha^2 (1 + \beta^2)}}$$

durch Einsetzen des früher erhaltenen Wertes von  $K_r$ .

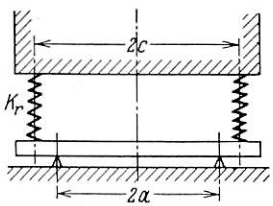


Abb. 4.

c ist größer als der Wert a, der früher als höchstzulässige Lastexzentrizität gefunden wurde. Man müßte sich darum die Auflagerung dieser Achsgruppe durch die Ersatzfedern nach Abb. 4 vorstellen.

Ein zweites Beispiel, daß eine Federgruppe durch zwei Ersatzfedern ersetzt werden muß, ist in Abb. 5 dargestellt (ausgeführt bei elektrischen Lokomotiven in Deutschland und in der Schweiz und bei einigen Dampflokomotiven in England). Der Zweck dieser Bauart ist, den Querausgleich auf die führende Bisselachse allein zu beschränken und trotzdem Laufachs- und Kuppelachsfedern durch Ausgleichshebel zu verbinden. Eine ähnliche Rechnung wie früher gibt für diese Anordnung die folgenden Werte:

$$\text{Stabilitätsgrenze} = \frac{b \alpha (1 + \beta)}{1 + \alpha + \alpha \beta}$$

$$\text{Konstante einer Ersatzfeder } K_r = \frac{(1 + \alpha + \alpha \beta)^2 K_1 K_2}{K_2 + K_1 \alpha^2 (1 + \beta^2)}$$

Entfernung der Ersatzfedern von der Lokomotivachse =

$$= b \frac{1 + \beta}{1 + \alpha + \alpha \beta} \cdot \sqrt{\alpha^2 + \frac{K_2}{K_1 (1 + \beta^2)}}.$$

Sobald die Lage der Eckpunkte des Auflagerpolygons und die Konstanten der dort anzubringenden Ersatzfedern bestimmt sind, kann die Neigung berechnet werden, welche die Lokomotive beim Durchfahren eines Bogens mit gegebener Überhöhung bei verschiedenen Geschwindigkeiten annimmt. Die Rechnung ist am einfachsten für eine symmetrische Lokomotive in Vierpunktstützung und soll darum zuerst für diesen Fall gezeigt werden. In der schematischen Abb. 6 bedeuten:  $G_1$  das Gewicht des gefederten Teiles über einer Achsgruppe, S dessen Schwerpunkt, h die Schwerpunkthöhe,  $\alpha$  die Neigung der Überhöhung,  $\beta$  die Neigung der Resultierenden aus Fliehkraft und Gewicht des gefederten

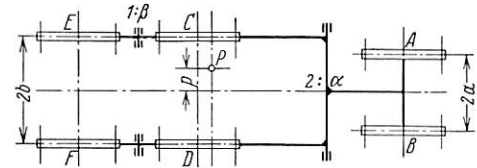


Abb. 5.

Teiles gegen die Senkrechte,  $\gamma$  die Neigung, welche der gefederte Teil der Lokomotive gegen die Achsen und das Gleis annimmt. Diese drei Winkel sind verhältnismäßig klein, so daß im folgenden zur Vereinfachung der Rechnung ihr cos gleich eins gesetzt werden kann. Aus der Abbildung ergibt sich:

$$P_1 + P_2 = R \cdot \cos(\beta - \alpha) \cong R \cong G_1; P_1 - P_2 = 2 x \cdot K_r;$$

$$c(P_1 - P_2) = w(P_1 + P_2); 2 x K_r \cdot c = G_1 \cdot w$$

$$\frac{w}{h} = \frac{\sin(\beta - \alpha + \gamma)}{\sin(90^\circ - \beta + \alpha)} = \frac{\sin(\beta - \alpha) \cos \gamma + \cos(\beta - \alpha) \cdot \sin \gamma}{\cos(\beta - \alpha)} \cong$$

$$\cong \sin(\beta - \alpha) + \sin \gamma \cong \sin(\beta - \alpha) + \frac{x}{c}$$

$$2 x K_r \cdot c = G_1 \cdot h \cdot \sin(\beta - \alpha) + G_1 \cdot h \cdot \frac{x}{c}$$

$$x = \frac{G_1 \cdot h \cdot c \cdot \sin(\beta - \alpha)}{2 K_r c^2 - G_1 h}; \text{ tg } \gamma = \frac{G_1 h \cdot \sin(\beta - \alpha)}{2 K_r c^2 - G_1 h}.$$

x wird Null, d. h. die Federkräfte links und rechts sind gleich für  $\beta = \alpha$ . Dieser Fall tritt, wie bekannt, ein bei einer Geschwindigkeit

$$v = v_0 = \sqrt{g \cdot r \cdot \text{tg } \alpha}$$

(r = Bogenhalbmesser). Die Grenze der Standfestigkeit wird erreicht,

$$\text{wenn } P_2 = \frac{G_1}{2} - x \cdot K_r = 0$$

oder  $= G_1$  wird, je nach dem  $\beta \geq \alpha$  ist.

Im Betrieb muß aus Sicherheitsgründen verlangt werden, daß eine Lokomotive, die auf der größten auf der Strecke vorkommenden Überhöhung stehen bleiben muß, noch genügend Standsicherheit besitzt, daß also die Federdrücke  $P_1$  über der überhöhten Schiene nicht unter einen bestimmten Betrag m.  $\frac{G_1}{2}$  heruntersinken. Aus der früher entwickelten Formel ergibt sich dann die Beziehung:

$$m \cdot \frac{G_1}{2} = \frac{G_1}{2} - x^1 \cdot K_r = \frac{G_1}{2} - \frac{G_1 \cdot h \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot K_r}{2 K_r c^2 - G_1 h}.$$

$$m = 1 - \frac{2 K_r c \cdot h \cdot \sin \alpha}{2 K_r c^2 - G_1 h} = 1 - \frac{h \cdot \sin \alpha}{c - \frac{G_1 h}{2 c \cdot K_r}}.$$

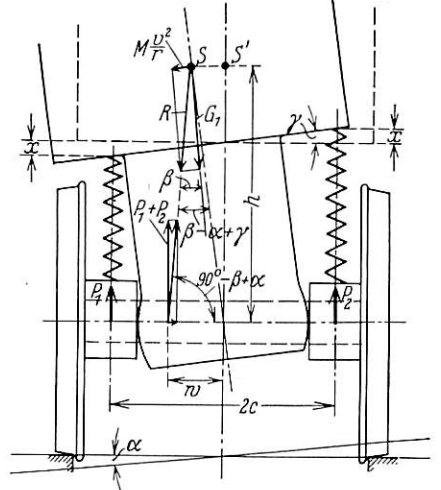


Abb. 6.

m sollte niemals kleiner als 0,5 werden. Ein zu geringer Sicherheitsgrad gegen Umkippen wird am einfachsten durch härtere Federn (größeres  $K_r$ ) verbessert. Die gleiche Sicherheit erhält man auch gegen Umkippen nach außen, wenn die Lokomotive den überhöhten Bogen mit einer Geschwindigkeit  $v_0 \cdot \sqrt{2}$  durchfährt.

Diese Formel kann auch zur Beurteilung der Standsicherheit einer Lokomotive mit Dreipunktstützung benutzt werden, wenn man die auf den gefederten Teil wirkenden Massenkräfte nach Abb. 7 zerlegt.

$$m = 1 - \frac{2 K_{r2} c h_2 \sin \alpha}{2 K_{r2} c^2 - G_2 h_2} = 1 - \frac{G}{G_2} \cdot \frac{2 K_{r2} c \cdot h \cdot \sin \alpha}{2 K_{r2} c^2 - G \cdot h}$$

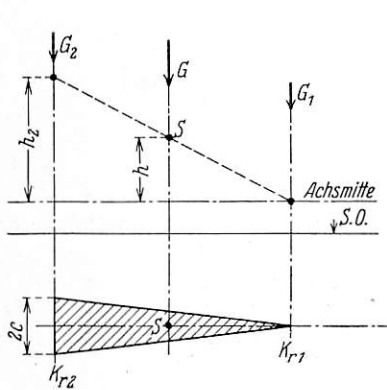


Abb. 7.

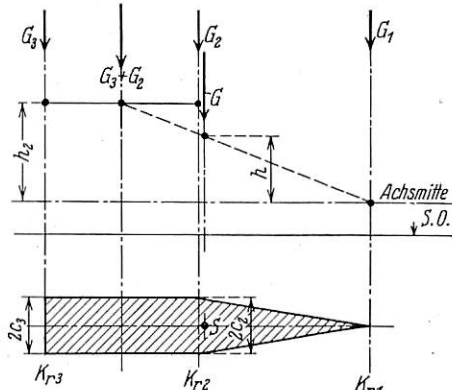


Abb. 8.

Für eine Vierpunktstützung bei unsymmetrischer Lokomotive und ungleichen Federkonstanten und Federentfernungen bei beiden Achsgruppen lassen sich folgende Formeln herleiten (Abb. 1b):

$$G = G_1 + G_2 = P_1 + P_2 + Q_1 + Q_2; \quad P_1 - P_2 = 2 x_1 K_{r1};$$

$$Q_1 - Q_2 = 2 x_2 K_{r2}; \quad x_2 = x_1 \frac{c_2}{c_1}$$

$$c_1 (P_1 - P_2) + c_2 (Q_1 - Q_2) = \frac{2 x_1}{c_1} (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2}) = w \cdot G;$$

$$w = h \left[ \sin (\beta - \alpha) + \frac{x_2}{c_1} \right]$$

$$\frac{2 x_1}{c_1} (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2}) = G \cdot h \left[ \sin (\beta - \alpha) + \frac{x_1}{c_1} \right]$$

$$x_1 = \frac{G \cdot h \cdot c_1 \sin (\beta - \alpha)}{2 (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2}) - G h}$$

$$x_2 = \frac{G h c_2 \sin (\beta - \alpha)}{2 (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2}) - G h}$$

Der Sicherheitsgrad für die in der Überhöhung stillstehende Lokomotive beträgt für die erste Achsgruppe

$$m_1 = 1 - \frac{G}{G_1} \cdot \frac{2 h c_1 \sin \alpha \cdot K_{r1}}{2 (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2}) - G h}$$

und für die zweite Achsgruppe

$$m_2 = 1 - \frac{G}{G_2} \cdot \frac{2 h c_2 \sin \alpha \cdot K_{r2}}{2 (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2}) - G h}$$

Beide Sicherheitsgrade werden also gleich, wenn

$$\frac{c_1 K_{r1}}{G_1} = \frac{c_2 K_{r2}}{G_2}$$

Diese Formeln lassen sich auch für die Fünfpunktstützung benutzen, wenn man die auf den gefederten Teil wirkenden Massenkräfte nach Abb. 8 zerlegt. Die Lastverteilung  $G_1, G_2$  und  $G_3$  wird aus dem Clapeyron-Diagramm entnommen.

$$m_2 = 1 - \frac{G_2 + G_3}{G_2} \cdot \frac{2 h_2 c_2 \cdot \sin \alpha \cdot K_{r2}}{2 (c_2^2 K_{r2} + c_3^2 K_{r3}) - (G_2 + G_3) \cdot h_2} =$$

$$= 1 - \frac{G}{G_2} \cdot \frac{2 h \cdot c_2 \sin \alpha \cdot K_{r2}}{2 (c_2^2 K_{r2} + c_3^2 K_{r3}) - G \cdot h}$$

$$m_3 = 1 - \frac{G}{G_3} \cdot \frac{2 h c_3 \sin \alpha \cdot K_{r3}}{2 (c_2^2 K_{r2} + c_3^2 K_{r3}) - G \cdot h}$$

Für die Sechspunktstützung ergibt sich ähnlich wie früher für die erste Achsgruppe:

$$x_1 = \frac{G \cdot h \cdot c_1 \cdot \sin (\beta - \alpha)}{2 (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2} + c_3^2 K_{r3}) - G \cdot h}$$

$$m_1 = 1 - \frac{G}{G_1} \cdot \frac{2 h c_1 \sin \alpha \cdot K_{r1}}{2 (c_1^2 K_{r1} + c_2^2 K_{r2} + c_3^2 K_{r3}) - G \cdot h}$$

Analoge Ausdrücke erhält man für die zweite und dritte Achsgruppe.

Die Formeln für Fünf- und Sechspunktstützung sind nicht ohne weiteres verlässlich bei Lokomotiven mit Rückstellvorrichtungen, welche den Lokomotivoberteil heben (Keile, Doppelpendel), weil sich in diesem Fall im Bogen die Lastverteilung ändert. Lokomotiven mit Drei- und Fünfpunktstützung sind in Wirklichkeit meist stabiler, als die Formeln angeben, da die Querhebel gewöhnlich irgendwo zum Anliegen kommen und damit außer Wirkung treten, bevor der gefederte Teil der Lokomotive eine gefährliche Neigung annimmt.

Tenderlokomotiven mit langen seitlichen Wasserkästen erleiden durch die Neigung des Wasserspiegels in der Überhöhung und die dadurch verursachte seitliche Verschiebung des Schwerpunktes eine merkliche Verminderung der Standsicherheit. Am einfachsten lassen sich die hierbei auftretenden Verhältnisse bei einer symmetrischen Lokomotive mit Vierpunktstützung zahlenmäßig verfolgen, wenn dieselbe in einer Überhöhung steht. In Abb. 9 soll bedeuten:

$C$  u.  $tg (\alpha + \gamma) \cong C u \sin (\alpha + \gamma)$  die Zunahme, bzw. Abnahme des Wassergewichtes in einem Wasserkasten durch die Neigung der Lokomotive

$y$  die Verschiebung des Schwerpunktes durch die ungleiche Wasserverteilung.

$$y \cdot G = 2 u^2 C \cdot \sin (\alpha + \gamma);$$

$$w \cong h \frac{\sin (\alpha + \gamma)}{\cos \alpha} + y \cong \left( h + 2 u^2 \frac{C}{G} \right) \left( \sin \alpha + \frac{x}{c} \right)$$

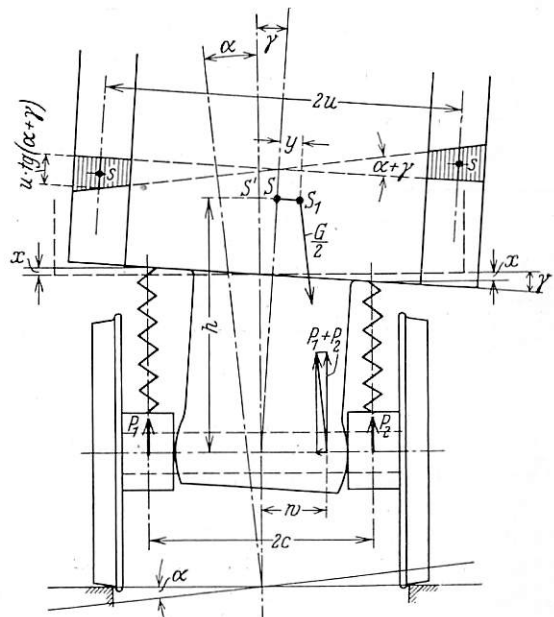


Abb. 9.

Eine ähnliche Rechnung wie zu Abb. 6 gibt dann wieder:

$$\frac{1}{2} G \cdot w = 2 x \cdot c \cdot K_r,$$

$$x = \frac{(G \cdot h + 2 u^2 C) \cdot c \sin \alpha}{4 c^2 K_r - (G \cdot h + 2 u^2 C)}$$

Wie zu Anfang erwähnt, ist bei Innenrahmen-Lokomotiven für die Standsicherheit bei der Bogenfahrt meist die Änderung



der Federkräfte, nicht die der Raddrücke maßgebend. Dies trifft jedoch nicht zu bei Lokomotiven mit verhältnismäßig vielen seitlich verschiebbaren Achsen. In diesem Fall werden die zur Schienenebene parallelen Kräfte nur durch wenige Räder auf die Schienen übertragen, was in den betreffenden Radsätzen größere, zusätzliche Kippmomente verursacht. Eine allgemeine Behandlung dieser Frage ist bei der großen Anzahl der möglichen Anordnungen (wobei auch die von den Rückstellvorrichtungen ausgeübten Kräfte zu berücksichtigen sind) nicht durchführbar. Als Beispiel sei nur erwähnt, daß symmetrische 1-D-1-Lokomotiven mit Krauß-Helmholtz-Dreh-

gestellen mit verschiebbaren Drehzapfen an den Enden in dieser Hinsicht bei den mittleren Achsen recht ungünstige Verhältnisse aufweisen.

Die Frage der Standsicherheit ist hauptsächlich von Wichtigkeit beim Entwurfe von Schmalspurlokomotiven mit hoher Leistung, wie solche z. B. bei den südafrikanischen Bahnen in Verwendung sind. Sie kann aber auch für Normalspurlokomotiven von Bedeutung werden, wenn durch den Druck des Wettbewerbes der Motorfahrzeuge eine erhebliche Geschwindigkeitserhöhung bei den Lokomotivzügen durchgeführt werden muß.

## Rundschau.

### Das Natriumdampflicht im Eisenbahnwesen.

Von Dipl.-Ing. Dr. A. Karsten, Berlin.

Die elektrische Beleuchtung mit Glühlampen wurde in den letzten 25 Jahren außerordentlich vervollkommen. Man kann wohl sagen, daß die heutigen Lampen eine Entwicklungsstufe erreicht haben, die kaum noch nennenswert gesteigert werden kann. Seit kurzem hat nun in der Röhrenlichtbeleuchtung eine Entwicklung Platz gegriffen, die den Glühlampen ernsthaften Wettbewerb machen kann. Glühlampen haben aus mehreren Gründen, besonders aber dadurch eine geringe Stromausbeute, daß sie nur 6% der ihnen zugeführten Energie in Licht umzuwandeln vermögen; alles übrige geht durch die Wärmeentwicklung für die Beleuchtung verloren. Die ideale elektrische Beleuchtung müßte hingegen keine Hitze erzeugen, und ein Licht aussenden, das aus einem Gemisch aller Strahlengattungen besteht, die in dem vom menschlichen Auge am hellsten empfundenen Teil des Regenbogens liegen.

In den Forschungslaboratorien unseres bedeutendsten Lichtkonzerns\*) gelang durch die Entwicklung der Natriumdampflampe eine erhebliche Verbesserung der Leuchtröhren, die ja in der neuzeitlichen Lichtreklame schon längst verwandt werden. Die Leuchtröhre gehört zu den Kaltstrahlern; sie erzeugt keine Wärme und das Licht entsteht durch die Gasentladung. Bei der Gasentladungsstrahlung (Lumineszenzstrahlung) werden die Gase oder Dampfatomare durch den Zusammenprall mit den Elektroden, also durch den elektrischen Strom, zur Lichtabstrahlung veranlaßt. Infolge der günstigen Strahlungseigenschaften des Natriums hat man sich für eine geeignete Konstruktion der Natriumdampflampe sehr bemüht, da diese Lampe gegenüber allen anderen eine besonders große Wirtschaftlichkeit besitzt. Gibt sie doch mindestens den dreifachen Lichtstrom einer normalen Glühlampe gleicher Wattzahl. Dadurch wird erst überhaupt die Ausführung vieler Beleuchtungsprojekte in den Bereich des wirtschaftlich Möglichen gezogen.

Der Aufbau einer solchen Lichtquelle, die vorerst in zwei Typen, und zwar in 3000 Lm/70 Watt und 6000 Lm/120 Watt hergestellt wird, weicht von dem Aufbau einer Glühlampe vollkommen ab, hingegen nähert sie sich den bekannten Neonröhren. Als wesentlichen Bestandteil hat sie ein Innenrohr aus natriumfesten Glas (DRP 513306), das mit Neonedelgas gefüllt ist und eine kleine Menge Natrium enthält. An den Enden des Rohres sind zwei Sonderelektroden (Oxydelektroden) zur Stromzuführung eingeschmolzen, die es ermöglichen, die Lampe ohne Hochspannung mit 220 V Wechselstrom zu betreiben. Das Innenrohr ist von einem äußeren Schutzmantel umgeben, das an den beiden Enden je einen Zweistiftsockel trägt (s. Abb. 1). Die Sockelstifte sind mit den Elektroden im Innern der Lampe verbunden, die äußere metallische Hülse des Sockels hingegen führt keine Spannung. Der Zwischenraum zwischen Innen- und Außenraum ist luftleer gemacht, um das Innenrohr gegen Wärmeverluste zu schützen. Die Länge der Lampe Na 300, also der kleineren Type beträgt von Sockelboden bis Sockelboden 335 mm, ihr Durchmesser 38 mm; für die größere Lampe betragen die entsprechenden Maße 445 mm bei 45 mm Durchmesser. Die Sockelstifte (für Na 300) haben 6 mm Durchmesser und 12 mm Länge. Die Lampen sind für Horizontalbrennlage bestimmt.

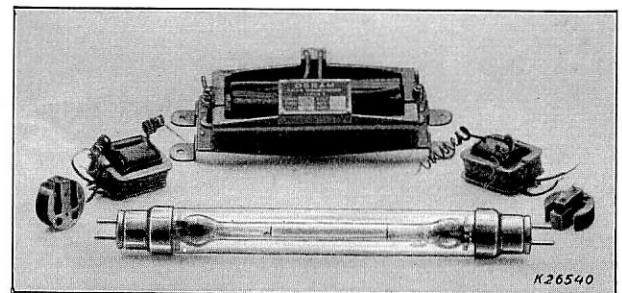


Abb. 1. Natriumdampflampe Na 300 mit Heiztransformatoren und Drosselspule.

setzt. Die im Schaltbild (2) angegebene Drosselspule gleicht den Spannungsunterschied gegen die Netzspannung aus. Die Lampe leuchtet zuerst rot in der bekannten Neonfarbe. Mit zunehmender Temperatur im Innern der Lampe verdampft das Natrium, wodurch die Lichtfarbe allmählich innerhalb von 3 bis 5 Minuten von Rot in Gelb übergeht.

Während man mit einer 75 Watt-Glühlampe nur einen Lichtstrom von 910 HLM erhalten kann, liefert die Na 300-Type mindestens 3000 HLM bei nur 70 Watt Leistungsaufnahme einschließlich aller Verluste. Bei der größeren Type, die mit 1,8 A Betriebsstrom entwickelt ist, wird ein 6000 HLM-Lichtstrom erzielt; die spezifische Lichtausbeute dieser Röhre liegt also noch 16% höher als bei der kleinen Type.

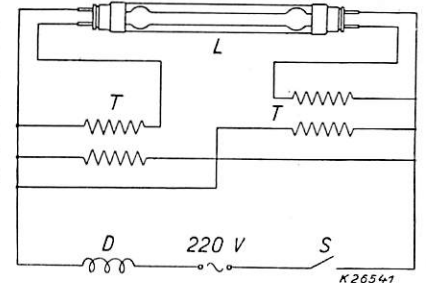


Abb. 2.

Schaltbild einer Natriumdampflampe. Verluste. Bei der größeren S = Schalter; D = Drosselspule mit geteilter Wicklung; T = Heiztransformator; L = Dampf Lampe Na 300. wird ein 6000 HLM-Lichtstrom erzielt; die spezifische Lichtausbeute dieser Röhre liegt also noch 16% höher als bei der kleinen Type.

In ihrem elektrischen Verhalten ähnelt die Natriumdampflampe einer Bogenlampe. Sie bedarf deshalb eines Vorschaltwiderstandes, zweckmäßig einer Drosselspule bzw. eines Streufeldtransformators. Man kann sie parallel schalten oder in Reihen, was besonders da angebracht ist, wo sie immer gleichzeitig brennen soll. Die Reihenschaltung bietet den Vorteil, daß die für die Parallelschaltung der Lampe benötigte Drosselspule durch einen Streufeldtransformator entsprechender hoher Leistung ersetzt werden kann. Dadurch werden die Verluste der Anlage gering. Es sei noch bemerkt, daß die Lampe wohl die doppelte Lebensdauer wie die Glühlampe hat, freilich kommt dieser der weit billigere Anschaffungspreis zugute. Die lichttechnischen Eigenschaften der neuen Lampe bieten aber auch manche Vorteile vor den Glühlampen. So ist die Leuchtdichte des Leuchtrohres weit

\*) Osram-Gesellschaft im Verein mit Siemens und AEG, Berlin.

niedriger als die von Glühlampen, was sicherlich hinsichtlich der Blendungsgefahr bemerkenswert ist. Auch erhöht das einfarbige gelbe Licht die Sehschärfe des Auges um 10 bis 20%, was ein deutlicheres Erkennen zur Folge hat. Das Licht verhindert das

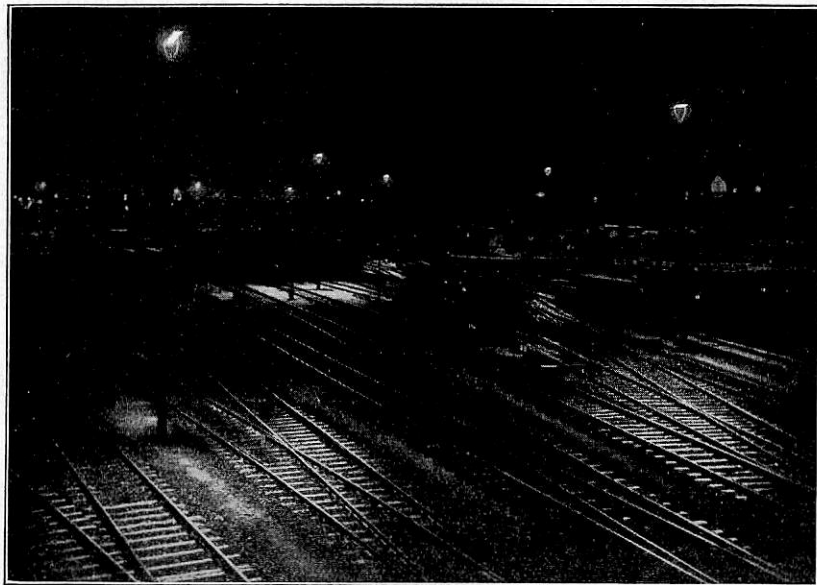


Abb. 3. Gleisfeldbeleuchtung mit Osram-Na-Lampen auf dem Rangierbahnhof Berlin-Tempelhof.

Auftreten chromatischer Fehler beim Sehen und es können Risse an Oberflächen von Metallteilen leicht festgestellt, fein-mechanische Arbeiten sicherer ausgeführt werden usw. Weiterhin hat

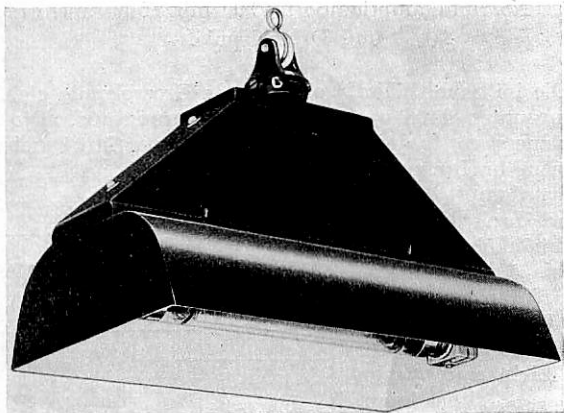


Abb. 4.

Natriumdampflampe, Na 600, eingebaut im AEG-Tiefstrahler.

dieses Natriumlicht vor allen anderen Lichtquellen die größte Durchdringungskraft für Nebel, Staub, Dunst und Rauch, was zweifellos neben der Wirtschaftlichkeit und blendungsfreien Beleuchtung im Eisenbahnwesen höchst beachtenswert ist.

„Organisation und Durchführung des Betriebsdienstes und Verkehrsdienstes bei der Deutschen Reichsbahn“. Zwei Vorträge von Dr. Ing. e. h. M. Leibbrand, Direktor der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft und Dr. jur. H. Domsch, Reichsbahndirektionspräsident, gehalten auf der fünften Studienkonferenz der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft. Berlin 1934, 102 Seiten. 3,65 *R.M.* (Reichsbahnangehörige erhalten Vorzugspreis!). Verkehrswissenschaftliche Lehrmittelgesellschaft m. b. H., Berlin W 9.

Die Verfasser der vorliegenden Schrift sind einem oft an die Deutsche Reichsbahn herangetretenen Wunsche nachgekommen, etwas über die Organisation und Durchführung des Betriebsdienstes und des Verkehrsdienstes der Reichsbahn mitzuteilen, da mit diesen beiden wichtigen Dienstzweigen ja auch gerade der Nicht-eisenbahner am häufigsten in Berührung kommt.

Obwohl diese technischen Natriumdampflampen noch sehr jungen Datums sind, haben sie bereits eine ziemlich große Anwendung gefunden zur Beleuchtung von Wegen und Wasserstraßen, so besonders im Automobilverkehr. Es sei nur angeführt die Straße Köln-Bonn, die Landstraße Berlin-Hamburg, Wege bei Oslo, in Italien manche Zugangsstraßen nach Mailand, der Scheldetunnel und seine Zugangsstraße die Italie-Lei in Antwerpen und dergl. mehr. Hier interessiert besonders die Anwendung der neuen Lampe im Eisenbahnwesen. Es kommt darauf an, auf Gleisfeldern, Zufahrtswegen, Verladerrampen und anderen dem Güterverkehr und innerem Bahnbetrieb dienenden Anlagen mit ihrer Hilfe gute Sichtverhältnisse durch Beleuchtungsverbesserung zu schaffen. Gerade bei dem ungeheuren Lichtbedarf, den jeder Eisenbahnbetrieb im Interesse eines sicheren und schnellen Nachtverkehrs hat, ist die hohe Wirtschaftlichkeit dieser neuen Lampe von ganz besonderer Bedeutung. So hat auch die Deutsche Reichsbahn auf Veranlassung der Reichsbahndirektion Berlin im März d. J. auf dem Rangierbahnhof Tempelhof ein Gleisfeld (Abb. 3) mit 25 Masten durch Natriumdampflampen der größeren Type, Na 600, in einer Aufhängehöhe von etwa 12 m beleuchten lassen. Diese Lampen sind hier in Tiefstrahlern aufgehängt, die denen für die 70 Watt-Type nachgebildet sind (Abb. 4). Bereits diese Gleisfeldbeleuchtung zeigte sich so praktisch, daß noch ein Teil einer großen Lokomotivhalle mit Natriumdampflampen der kleineren Type in Tiefstrahlern beleuchtet worden ist. In dieser Halle, die der Reinigung und Betriebskontrolle der Lokomotiven dient, haben die Natriumdampflampen,

die an Stelle der bisher verwandten 75 Watt-Glühlampen aufgehängt werden, zu einer bedeutenden Erhöhung der Beleuchtungsstärke und hierdurch zu einer wesentlichen Verbesserung der Sicht- und Arbeitsverhältnisse beigetragen. Bei dem erstgenannten Beispiel hat man 300 Watt-Glühlampen durch Natriumdampflampen von 120 Watt ersetzt, wodurch zwar nur eine Erhöhung des Lichtstromes von etwa 15% erzielt worden ist, dafür aber der Stromverbrauch auch um 60% gesenkt werden konnte. Wesentlich ist bei offenem Gelände die weit bessere Sicht bei nebligem oder dunstigem Wetter und die verminderte Blendung des Betriebspersonals. Es sei noch darauf hingewiesen, daß wenn auch die Natriumdampflampen ein stark gelbes Licht erzeugen, dennoch die Erkennbarkeit von grün- und rotfarbigen Signallichtern hierdurch nicht beeinträchtigt wird. Als weiteres Beispiel sei noch die Gleisfeldbeleuchtung im Bereich der Eisenbahndirektion Dresden erwähnt, die jetzt geschaffen wird wie auch die verschiedenen kleineren Versuchsanlagen in diesem Bezirk zur Beleuchtung eines Stationsschildes, zur Beleuchtung einer Lokomotivbekohlungsanlage und dergl. mehr, die im letzten Winter bereits durchgeführt worden sind. Auch zur Beleuchtung von Hafenanlagen sind diese Lampen außerordentlich zu empfehlen, da hier die Sicht beeinträchtigende Witterungsverhältnisse durch Nebel besonders häufig auftreten. Weiterhin kommt auch noch die Beleuchtung von Werkhöfen in Betracht wie auch von Ausbesserungswerkstätten und dergl. Schließlich dürfte auch das Licht zur Erkennung von Bahnstationsnamen in Küstengegenden sehr geeignet sein.

„Verkehrseinheit und Verkehrspolitik“ von Professor Dr. Ing. Carl Pirath, Vortrag, gehalten auf der vierten Studienkonferenz der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft. Berlin 1934, 34 Seiten. 1,65 *R.M.* (Reichsbahnangehörige erhalten Vorzugspreis!) Verlag der Verkehrswissenschaftlichen Lehrmittelgesellschaft m. b. H. bei der Deutschen Reichsbahn. Berlin W 9, Potsdamer Platz 1.

Unter den Maßnahmen der Deutschen Verkehrspolitik ist in den beiden letzten Jahren die Förderung aller Verkehrsmittel, die Erhaltung der Verkehrseinheit im öffentlichen Fernverkehr und die Bekämpfung der Arbeitslosigkeit durch den Bau von großen Verkehrsanlagen besonders hervorgetreten. In dem Buche des Verfassers werden hierzu die Grundlagen und Grundsätze einer gesunden Verkehrseinheit und Verkehrspolitik entwickelt.