

Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens

Technisches Fachblatt des Vereins Mitteleuropäischer Eisenbahnverwaltungen

Herausgegeben von Vizepräsident Ernst Harprecht, Berlin, unter Mitwirkung von Dr.-Ing. A. E. Bloss, Dresden

96. Jahrgang

1. November 1941

Heft 21

Die Reibung zwischen Rad und Schiene¹⁾.

Von Dipl.-Ing. Werner Leven, Aachen.

Vorbemerkungen.

Vorausgestellt sei hier die Erklärung einiger Bezeichnungen. Die Normalkraft, die die aufeinander gleitenden oder abrollenden Körper aneinanderpreßt, ist N , R ist die Gleitreibungskraft, die in der Gleitfläche entsteht, bei reinem Gleiten zweier Körper aufeinander; hierbei ist vorausgesetzt, daß die Gleitgeschwindigkeit v im ganzen Bereich der Berührungs- bzw. Gleitfläche einen konstanten Wert hat. μ ist die Gleitreibungsziffer, d. h. das Verhältnis der Gleitreibungskraft zur Normalkraft, also $\mu = R/N$ (bei konstanter Gleitgeschwindigkeit in der Gleitfläche); bzw. wenn die Fläche in der $v = \text{konst.}$ ist, unendlich klein ist: $\mu = dR/dN$. Wird angenommen, daß bei $v = 0$ die Reibungsziffer $\mu = 0$ ist, dann ist bei nicht voller Ausnutzung der größtmöglichen Haftreibungskraft $R_{0\text{max}}$, also bei Haften, das Verhältnis der geforderten Haftreibungskraft R_0 zur größtmöglichen Haftreibungskraft $R_{0\text{max}}$ der Haftnutzungswert $\nu_0 = R_0/R_{0\text{max}}$. Hängt die Gleitreibungsziffer μ von der Gleitgeschwindigkeit v ab, dann gibt es eine bestimmte Gleitgeschwindigkeit, bzw. einen Bereich der Gleitgeschwindigkeit, bei dem die übertragbare Gleitreibungskraft einen Größtwert hat, dieser ist mit R_{max} bezeichnet. Das Verhältnis R/R_{max} ist der Gleitnutzungswert ν_R .

Ist die Gleitgeschwindigkeit v über dem ganzen Bereich der Berührungs- bzw. Gleitfläche nicht konstant, wie z. B. bei mit Gleiten verbundenem Rollen von Rad auf Rad oder Rad auf Schiene (erstmal durch die VMEV-Versuche erkannt und nachgewiesen), dann wird die von der ganzen Berührungs- bzw. Gleitfläche übertragene Reibungskraft mit Umfangskraft U bezeichnet, wenn ihre Richtung einen beliebigen Winkel mit der Radebene bildet. Die Komponente in der Radebene wird mit Längsumfangskraft T , die Komponente senkrecht zur Radebene mit Seitenkraft S bezeichnet. Hier ist also U aufzufassen als Summe aller in der Berührungsfläche wirkenden, oben definierten $dR = \mu \cdot dN$. Also $U = \int dR$, wobei $R = f(x, y, n, \mu)$ und $\mu = f(v, n)$ ist. Hierin sind x und y die Koordinaten eines Punktes der Berührungsfläche, n die spez. Pressung an diesem Punkt und v die auf der Fläche $dx \cdot dy$ als konstant angenommene Gleitgeschwindigkeit. Mit U_{max} bzw. T_{max} und S_{max} ist bezeichnet die größtmögliche Umfangs- bzw. Längsumfangs- bzw. Seitenkraft, die bei einer bestimmten günstigsten Gleitgeschwindigkeitsverteilung über die Gleitfläche vom Rad auf die Schiene übertragen werden kann. Als Nutzungswerte werden hier entsprechend wie oben die folgenden Verhältniswerte bezeichnet: $\nu_U = U/U_{\text{max}}$, $\nu_T = T/T_{\text{max}}$, $\nu_S = S/S_{\text{max}}$.

Bei den entsprechenden Rollversuchen sind drei Gruppen zu unterscheiden. Es wird gemessen: 1. das Verhältnis T/N als Funktion des Schlupfes s ; hier wirkt außer der Normalkraft N nur noch eine Längsumfangskraft T auf das Getriebe; 2. das Verhältnis S/N als Funktion des Schräglaufwinkels α ; außer N wirkt nur noch eine Seitenkraft S auf das Getriebe; 3. das Verhältnis U/N als Funktion des Schlupfes s oder des Schräglaufwinkels α unter Konstanthaltung des einen oder anderen Wertes. Hier wirken N , T und S ($U = \sqrt{T^2 + S^2}$) auf das Getriebe.

¹⁾ D 82.

Unter Schlupf s ist hier zu verstehen das Verhältnis der Differenz zwischen dem bei einer Umdrehung wirklich zurückgelegten Umfangsweg des elastisch verformten Rollkörpers und dem Umfang des nicht verformten Rollkörpers zu seinem wirklich bei einer Umdrehung zurückgelegten Umfangsweg, gemessen in der Lafebene des Rollkörpers und im Beharrungszustand. Folgerichtig ist unter Schlupf auch zu verstehen, das Verhältnis der Differenz zwischen der Umfangsgeschwindigkeit des Triebrades und der des gebremsten Rades zur Umfangsgeschwindigkeit des Triebrades, alle Umfangsgeschwindigkeiten gemessen an den nicht verformten Teilen der Räder. Der Schlupf s bezieht sich auf die ganzen Räder, gibt keinen Aufschluß über die Größe und die Verteilung der Gleitgeschwindigkeit über die Berührungsfläche und ist für ein Reibgetriebe bei bestimmter Belastung durch eine Normalkraft N und eine Längsumfangskraft T ein bestimmter Wert, dargestellt durch $(u_a - u_b)/u_a$, wobei die Umfangsgeschwindigkeiten u_a und u_b gemessen sind an den unverzerrten Umfangsteilen. Über die

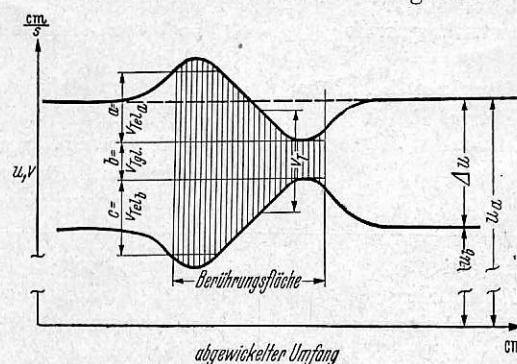


Bild 1a. Verteilung der Längsgleitgeschwindigkeit v_T in der Berührungsfläche unter der Wirkung von T .

Gleitgeschwindigkeit innerhalb der Berührungsfläche sagt dieser Schlupf nichts aus. Die Gleitgeschwindigkeit ist gleich dem Unterschied der Umfangsgeschwindigkeiten von Trieb- und gebremstem Rad an den einzelnen Punkten der Berührungsfläche. Die Umfangsgeschwindigkeit an den Umfangselementen eines Rades ist unter anderem abhängig von der Umfangsverzerrung und sinkt mit zunehmender Stauchung und abnehmender Dehnung und steigt mit zunehmender Dehnung und abnehmender Stauchung des Umfangs. Außerhalb der Berührungsfläche gehen die Beanspruchungen langsam wieder auf Null zurück, damit aber auch die Verzerrungen. Die Umfangsgeschwindigkeit des Triebrades geht auf seine normale, u_a , hinauf und die des gebremsten Rades auf die um den Schlupf s tiefer liegende u_b . Die Umfangsgeschwindigkeit an jeder Stelle des Rades hängt also nur von den Verzerrungen ab. Grundsätzlich zeigt Bild 1a die Verschiedenheit der Größe der Gleitgeschwindigkeit innerhalb der Berührungsfläche bei Vorhandensein einer Längsumfangskraft T .

Unter Schräglaufwinkel α ist zu verstehen der Winkel, um den die Fortbewegungsbahn des rollenden, nur unter der Wirkung einer Normalkraft N und der Seitenkraft S stehenden Rades von der Radlafebene abweicht. α ist also ein Maß für den Seitenschlupf. Auch dieser Seitenschlupf ist eine konstante

Größe für das mit einer Seitenkraft belastete Getriebe und sagt ebenfalls nichts aus über die Gleitgeschwindigkeit innerhalb der Berührungsfläche. Die grundsätzliche Verteilung der Seitengleitgeschwindigkeit v_s über die Berührungsfläche zeigt Bild 1b.

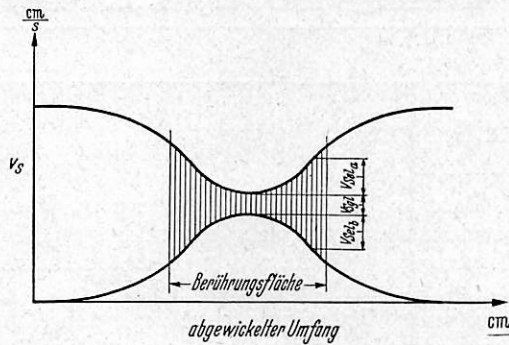


Bild 1b. Verteilung der Seitengleitgeschwindigkeit v_s in der Berührungsfläche unter der Wirkung von S.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Zeichen.

Kräfte	Geschwindigkeiten und Drehzahlen
N = Normalkraft	U = Drehzahl
P = Kraft (ohne Richtung)	u = Umfangsgeschwindigkeit
R = Gleitreibungskraft	Δu = Unterschied der Umfangsgeschwindigkeit
R_0 = Haftreibungskraft	V = Fahrgeschwindigkeit
S = Seitenkraft	v = Gleitgeschwindigkeit
T = Längsumfangskraft	(v) = Verschiebegeschwindigkeit
U = Umfangskraft beliebiger Richtung	v_T = Gesamtgleitgeschwindigkeit in Längsrichtung
	v_S = Gesamtgleitgeschwindigkeit in Seitenrichtung
	ω = Winkelgeschwindigkeit

Abmessungen	Abmessungen
a) der Berührungsfläche	b) allgemein
a, b = Ellipsenhalmesser d. B.	D = Durchmesser
c = Breite d. Ber.-Fl.	r = Halbmesser
l_0 = halbe Länge d. Ber.-Fl.	x = Breitenkoordinate
f = Druckfläche	y = Längenkoordinate
	z = Höhenkoordinate

Reibungswerte und Verhältnisse	Schlupfe
μ = Gleitreibungsziffer	s = Gesamtschlupf in Umfangsrichtung
μ_0 = Haftreibungsziffer	s_{el} = „Formänderungsschlupf“, entstanden aus den Formänderungen
v = Nutzungswert	s_{gl} = „reiner Gleitschlupf“, entstanden aus reinem Gleiten
	α = Schräglaufwinkel

Zeiger
a = Treibrad
b = gebremstes Rad
el = aus Formänderungen entstanden
gl = aus reinem Gleiten entstanden
max = Größtwert
min = Kleinstwert
m = Mittelwert
x, y, z = Richtungszeiger für Breite, Länge und Höhe
R, S, T, U = Kräftezeiger

1. Die vorangegangenen Arbeiten.

Gleitversuche über die Reibung wurden gemacht, um nur einige wichtige zu nennen, von Coulomb¹⁾, Jakob²⁾, Skutsch³⁾, Metzkow⁴⁾ und Donandt⁵⁾, Rollversuche über die Reibungsverhältnisse an Reibgetrieben, zu denen auch Rad und Schiene gehören, von Jahn⁶⁾, Sachs⁷⁾, Davies⁸⁾, Levi⁹⁾ und vom VMEV¹⁰⁾. Die Richtigkeit der theoretischen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit wird an den Ergebnissen dieser Versuche nachgeprüft, deshalb seien zuerst diese Versuche hier kurz dargestellt.

a) Gleitversuche. Durch diese kann R/N als $f(v)$ ermittelt werden, v wird als in der ganzen Berührungsfläche gleich angesehen. Die Versuche von Coulomb wurden ausgeführt auf einer Ebene, über die ein Gleitstück hingezogen wurde. Die Zugkraft erzeugte ein Gewicht mit Schnurzug und Rollenlenkung. Nach v. Mieses, der eine Besprechung der verschiedensten Versuche gibt, betrug die Gleitgeschwindigkeit bei den Coulombschen Versuchen etwa 0,3 bis 0,6 m/s. Coulomb schließt aus seinen Versuchen, daß bei Metall auf Metall, Holz auf Holz die Gleitreibungsziffer sich nur wenig mit der Gleitgeschwindigkeit ändere, dagegen bei Bewegung von Metall auf Holz und umgekehrt sie mit der Gleitgeschwindigkeit stark wachse. Die entsprechenden Kurven für Metall auf Holz sind in Bild 2 wiedergegeben. Zu bemerken ist noch, daß bei den Versuchen von

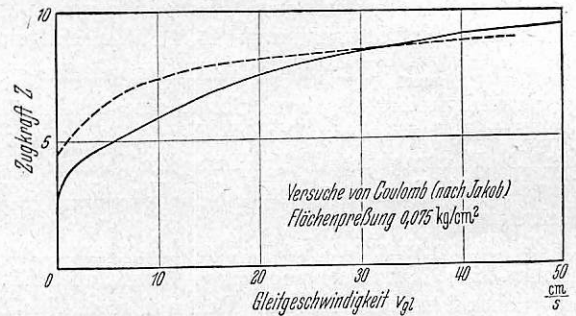


Bild 2.

Abhängigkeit der Zugkraft Z von der Gleitgeschwindigkeit v_{gl} .

Coulomb die Gleitgeschwindigkeit verhältnismäßig hoch lag und daß, nach späteren Versuchen von Jakob, bei Gleiten von Metall auf Metall eine merkliche Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit erst bei viel kleineren Gleitgeschwindigkeiten auftritt.

Die Versuche von Ch. Jakob wurden an der Coulombschen Einrichtung und an der schiefen Ebene ausgeführt, und zwar mit Stahl, Messing und Glas. Bei Reibung von Messing auf

1) v. Mieses, Enzyklop. d. math. Wiss. IV₂ S. 189
 2) Ch. Jakob, Dissert., Auszug in Annalen der Physik 1912 4. Folge.
 3) Skutsch, Über die Reibung v. Leder a. Eisen, Dingl. polytechn. Journal 1914 S. 273.
 4) Metzkow, Ergebn. d. Versuche ü. d. Ermittlg. d. Reibungswertes zw. Rad u. Bremsklotz, Glas. Ann. 1926, u. Jub. Sonderheft 1927; Metzkow, Untersuch. d. Haftungsverh. zw. Rad u. Schiene beim Bremsvorgang, Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1934 S. 247.
 5) Donandt, Vers. ü. d. gleit. Reibung zw. ungeschm. Flächen aus Stahl bei kleiner Gleitgeschw. u. großer Flächenpress. Reibung u. Verschleiß, 1939, S. 43.
 6) Jahn, Rad und Schiene, ZVDI 1918 S. 120.
 7) Sachs, Versuche ü. d. Reibung fester Körper, ZAMM 1924 S. 14.
 8) Davies, The lateral oscillation of the railway vehicles Engineering 1939.
 9) Levi, Etude relat. au contact des roues sur le rail, Rev. génér. d. chem. d. fer 1935.
 10) VMEV, Die Reibungszahl μ d. quergleitenden Bewegung roll. Räder an Eisenbahnfahrzeugen, Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1931 S. 391.

Messing in gut gesäubertem Zustand setzte sich das Messingstück schon bei den kleinsten Zugkräften in Bewegung und zwar in eine gleichförmige Bewegung. (z. B. Gewicht des Gleitstückes 92,08 g, Zugkraft 6,05 g, also $\mu = 0,066$ bei einer Gleitgeschwindigkeit von 0,002 mm/s, Riecke, Lehrbuch der Experimentalphysik gibt an für Metall $\mu = 0,15$ bis 0,25.) Die Zugkraft war abhängig von der Gleitgeschwindigkeit, diese letztere war gleichförmig. Für $v = \text{konst.}$ ist aber die Zugkraft gleich der Gleitreibungskraft. Bild 3 zeigt die Jakobschen

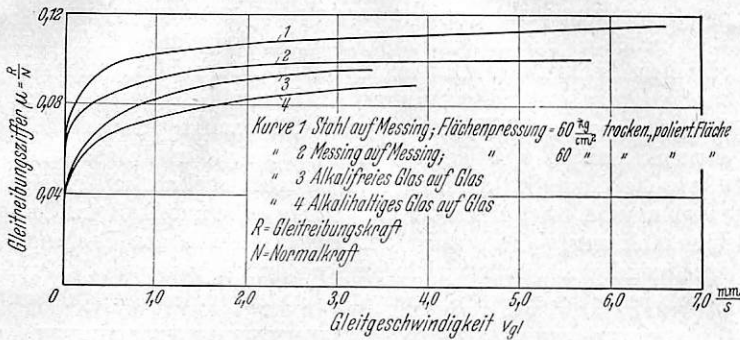


Bild 3. Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer μ von der Gleitgeschwindigkeit v_{gl} . Versuche von Jakob.

Versuche für Messing, Stahl und Glas. Die bei den Jakobschen Versuchen gefundenen Mindestwerte μ waren bei Gleiten von Glas auf Glas $\mu = 0,036$, $v_{gl} = 0,0006$ mm/s; bei Gleiten von Messing auf Messing $\mu = 0,056$, $v_{gl} = 0,0009$ mm/s.

Ergebnis der Versuche von Jakob. Die Gleitreibungsziffer μ ist abhängig von der Gleitgeschwindigkeit und wächst (bei sauberen Flächen) von Null an bei der Gleitgeschwindigkeit Null zuerst schnell, später immer langsamer, um schließlich bei der Gleitgeschwindigkeit von etwa 3 mm/s konstant zu werden. Darüber, wie sich μ bei erheblich größerer Gleitgeschwindigkeit verhält, geben diese Versuche keine Auskunft.

Skutsch untersucht die Reibung von Leder auf Eisen bei Gleiten auf einer schiefen Ebene von 3 m Länge. Auch er fand eine Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit v , wie Bild 4 zeigt (bei $v = 0$ wurde die Gleitreibungsziffer nicht gemessen). Nach seinen Versuchen sinkt

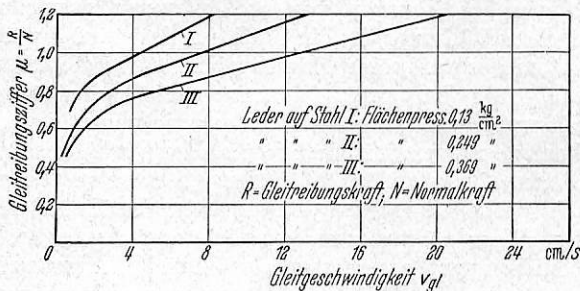


Bild 4. Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer μ von der Gleitgeschwindigkeit v_{gl} . Versuche von Skutsch.

die Gleitreibungsziffer mit zunehmendem Flächendruck. Weitere Versuchsergebnisse der Reibung zwischen Leder und Stahl von anderen Forschern siehe auch: Rötischer, Maschinenelemente Bd. II, S. 1180.

Schließlich sind noch die älteren Versuche von Conti¹⁾ zu erwähnen. Auch er fand eine Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit und zwar: zuerst ein Anstieg der Gleitreibungsziffer mit der Gleitgeschwindigkeit bis zu einem Höchstwert. Bei Gleitgeschwindigkeiten von mehreren m/s stellt er wieder eine Abnahme der Gleitreibungsziffer fest. Dieses Ergebnis ist auch von Kimball¹⁾ bestätigt

¹⁾ v. Mises, Dyn. Probl. d. Maschinenl., Encyklop. d. math. Wiss., Mech. IV₂ 1904—35 S. 203.

worden. Er stellte außerdem fest, daß die Gleitgeschwindigkeit, bei der das Maximum der Gleitreibungsziffer liegt, um so kleiner ist, je höher der Flächendruck ist.

Versuche mit sehr hohen Gleitgeschwindigkeiten sind noch ausgeführt worden von Metzkow¹⁾. Es handelt sich um die Bestimmung der Gleitreibungsziffer zwischen Rad und Bremsklotz. Die Versuche wurden ausgeführt mit Gußeisen und Holz auf Stahl bei Gleitgeschwindigkeiten bis zu 42 m/s. Diese Versuche zeigen, daß die Gleitreibungsziffer mit steigendem Flächendruck sinkt und mit steigender Gleitgeschwindigkeit zuerst schnell später langsamer sinkt.

Jüngere Versuche Metzkows²⁾, die die „Haftungsverhältnisse zwischen Rad und Schiene beim Bremsvorgang“ untersuchten, zeigen ebenfalls für festgebremste, blockierte Räder ein mit steigender Gleitgeschwindigkeit erst schnelleres, später langsames Absinken der Gleitreibungsziffer zwischen Rad und Schiene. Bei nicht blockierten gebremsten Rädern findet Metzkow kein Absinken des „Haftreibungswertes“ mit steigender Gleitgeschwindigkeit.

Erwähnt sei hier noch kurz die Tatsache, daß die Gleitreibungsziffer von Kunststoffen, wie Ferrodo und ähnlichen, mit bis zu 20 m/s steigender Gleitgeschwindigkeit noch ansteigt³⁾.

Die neuesten bekannt gewordenen Gleitversuche sind die von Donandt⁴⁾. Er untersuchte in der Hauptsache den Einfluß des Reinigungsverfahrens, des die Proben umgebenden Gases und die Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Zahl der vorhergegangenen Versuche; außerdem aber auch den Einfluß der Gleitgeschwindigkeit auf die Gleitreibungsziffer. Ausgeführt wurden diese Versuche mittels einer Zerreißmaschine mit Laufgewichtswaage, in deren Spannvorrichtung das die Proben haltende Gehäuse eingespannt war. Dieses Gehäuse umschloß die Proben luftdicht und war mit Anschlüssen für Zu- und Abführung von Gas versehen, so daß die Gleitversuche bei Anwesenheit eines bestimmten Gases vorgenommen werden konnten. Das Gehäuse konnte außerdem elektrisch auf 230° C geheizt werden. Die Versuchskörper bestanden aus Gleitbacken und Gleitbahnen, die durch Federkraft aneinandergepreßt wurden. Die Gleitbacken aus Chrom-Nickelstahl waren so aus einem Rundstab herausgearbeitet, daß eine Gleitfläche von 20 mm Breite und 2 mm Länge entstand. Die Gleitbahnen waren aus weicherem Stahl St C 10.61 hergestellt, sie hatten Würfelform (20×20×20 mm) und waren durchbohrt, um sie leicht auf einen Dorn spannen zu können. Vor dem Einspannen der Proben in das Gehäuse wurden diese bei 900° C gegläht. Die Flächenpressung bei allen Versuchen betrug 625 kg/cm². Der gesamte Weg der Gleitbacken betrug 13 mm, die Gleitgeschwindigkeit wurde gemessen auf einem Weg von 5 mm. Ein Versuchsergebnis zeigt Bild 5. Danach sinkt die Gleitreibungsziffer stark mit sinkender Gleitgeschwindigkeit. Bei Sinken von v unter 0,02 mm/s geht aber die vorher gleich-

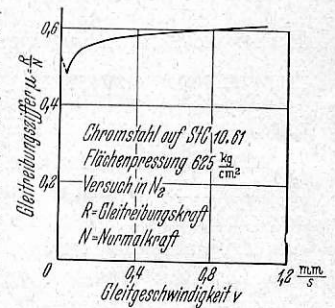


Bild 5.

Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer μ von der Gleitgeschwindigkeit v_{gl} . Versuche von Donandt.

Bei Sinken von v unter 0,02 mm/s geht aber die vorher gleich-

¹⁾ Metzkow, Glasers Ann. 1926 u. Jubiläums-Sonderheft 1927.

²⁾ Metzkow, Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1934 S. 247.

³⁾ Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1939 S. 115.

⁴⁾ Reibung u. Verschleiß, VDI-Verlag, 1939 S. 43; Donandt, Versuche über die gleit. Reibung zw. ungeschm. Flächen aus St. bei kleiner Gleitgeschw. u. großer Flächenpressung.

förmige Bewegung unvermittelt in stoßweises Gleiten der Proben über, v wird zwischen den Stößen zu Null. Nach Donandt muß in diesem Gleitgeschwindigkeitsbereich ein Anwachsen der Gleitreibungsziffer bis zu einer höheren Haftreibungsziffer angenommen werden. Allerdings liegt R_{0max} weit unter R_{max} . Donandt sagt selbst, daß eine genauere Untersuchung dieses Kurvenastes mit seiner Versuchseinrichtung nicht möglich war wegen der Elastizität der Versuchseinrichtung, insbesondere der Meßeinrichtung.

Wichtig ist jedenfalls, daß auch Donandt bei seinen genau durchgeführten Versuchen bei geringen Gleitgeschwindigkeiten ein Sinken der Gleitreibungsziffer mit sinkender Gleitgeschwindigkeit festgestellt hat, in Übereinstimmung mit den Jakobschen Versuchen. Das Verhalten bei den ganz kleinen Gleitgeschwindigkeiten bedarf allerdings noch der genaueren Untersuchung.

b) Rollversuche. Durch sie kann T/N als Funktion des Schlupfes s und S/N als Funktion der Schrägstellung α ermittelt werden.

Die Versuche von Jahn. Jahn ließ einen Rollkörper eine schiefe Ebene hinabrollen und maß den Schlupf s durch einen Schreibstift, der, an einer Stirnseite des Rollkörpers befestigt, bei jeder Umdrehung einen Strich auf einen Papierstreifen markierte. Ist der Schlupf gleich Null, dann ist bei der Jahnschen Anordnung der Abstand zwischen zwei Markierungen auf dem Papierstreifen gleich dem abgewickelten Umfang des Rollkörpers. Bei Schlupf ist dieser Abstand entsprechend größer.

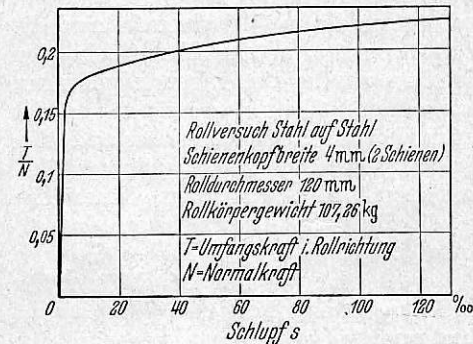


Bild 6. Abhängigkeit des Schlupfes s vom Verhältnis T/N . Versuch von Jahn.

Bemerkenswert ist, daß Jahn keinen Unterschied zwischen Reibung der Ruhe und der Bewegung feststellen konnte. Weiter fand Jahn, daß die in der Berührungsfläche Rad-Schiene wirkende Längs-Umfangskraft abhängig ist vom Schlupf. Eine Kurve der Messungsergebnisse ist in Bild 6 gegeben.

Die Rollversuche von Sachs. Sie wurden ausgeführt am ortsfesten Prüfstand mit zwei aufeinander abwälzenden Rädern aus gleichen oder verschiedenen Werkstoffen, von denen eines, das Triebrad, angetrieben und das andere das gebremste Rad ist. Die Radachsen waren parallel zueinander, damit nur eine Längsumfassungskraft T übertragen wurde. Das gebremste Rad wurde durch ein Gewicht gegen das andere Rad gepreßt. Gemessen wurde der Schlupf s in Abhängigkeit von T . — Auf der Achse des gebremsten Rades war eine Scheibe befestigt, auf deren Mantel ein Papierstreifen befestigt war. Ein elektrischer Kontakt auf der angetriebenen Scheibe betätigte einen Schreibstift, der auf dem Papierstreifen einen Punkt markierte. Hätten die beiden Räder gleiche Umfangsgeschwindigkeiten, so würden die Punkte stets aufeinanderfallen. Der Abstand zweier Punkte nach ein oder mehreren Umdrehungen gibt ein Maß für den Schlupf.

Eine Hauptgruppe der Sachsschen Versuche befaßt sich mit der Untersuchung der Abhängigkeit von T/N bei konstantem N vom Schlupf s , bei Rädern aus verschiedenen Werkstoffen. Der Schlupf wurde gemessen bei verschiedenen Verhältnissen T/N und auch bei verschiedenen Drehzahlen. Versuche Nr. 461—464 z. B. sind ausgeführt mit zwei Stahlrädern mit einem Durchmesser von je $D = 300$ mm, einer Radbreite

von 2,5 mm, beide Räder waren zylindrisch. Die Drehzahl betrug 35 U/min, die Anpreßkraft $N = 6,67$ kg. Die Ergebnisse dieser Rollversuche, Bild 7, und auch andere Rollversuche von Sachs stimmen mit denen von Jahn grundsätzlich und auch zahlenmäßig überein.

Ergebnis der Sachsschen Versuche: Bei der Längsumfassungskraft 0 ist der Schlupf $s = 0$. Das Verhältnis T/N steigt bei geringem Schlupf zuerst schnell, fast proportional diesem, später langsamer und schließlich gar nicht mehr. Bei Steigerung der Drehzahl, also auch der Umfangsgeschwindigkeit, gehörte bei den meisten Versuchen ein größeres T/N dem gleichen Schlupf zu wie bei kleineren Drehzahlen. Zahlenmäßige Angaben sind leider nur für Leder auf Gußeisen gegeben. Dies Steigen von T/N mit steigender Drehzahl ist deshalb sehr bemerkenswert, weil es eine Bestätigung der Jakobschen Versuche darstellt, denn wie später noch rechnerisch gezeigt werden wird, steigt sowohl die Gleitgeschwindigkeit in Umfangsrichtung v_T , als auch der Schlupf s mit der Umfangsgeschwindigkeit, ändern sich Gleitgeschwindigkeit und Schlupf gleichsinnig bei einer Änderung der Umfangsgeschwindigkeit u .

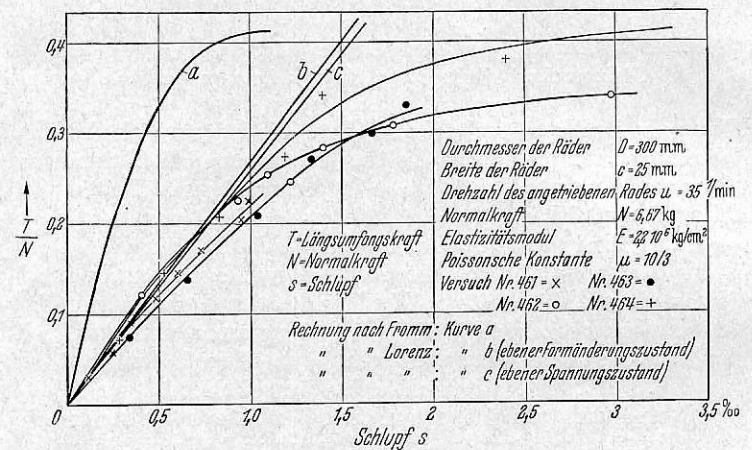


Bild 7. Abhängigkeit des Verhältnisses T/N vom Schlupf s . Versuche Nr. 461 bis 464 von Sachs.

Ähnliche Rollversuche machte auch Davies an einem zweiachsigen Modellwagen von ca. 300 mm Spurweite mit zylindrischen Rädern. Je ein Rad saß lose auf der Achse. Die Hinterachse trug eine Bremsstrommel, auf die über eine Federwaage ein bekanntes Bremsmoment ausgeübt wurde. Ermittelt wurde der Schlupf in Umfangsrichtung, hier „longitudinal creepage“ genannt, definiert als das Verhältnis „creep“ zur „distance travelled“¹⁾, d. i. des „Kriechens“ oder des durch elastische Verzerrung der einander berührenden Teile erzeugten Wegverlustes zum wirklich zurückgelegten Weg. Dieser Schlupf wurde gemessen als Winkeldifferenz zwischen zwei markierten Radien des gebremsten und ungebremsten Rades vor und nach dem Lauf über die Länge der Versuchsstrecke. Die Versuche wurden ausgeführt mit verschiedenen Raddurchmessern und Normaldrücken. Die Fahrgeschwindigkeit betrug 610 mm/s. Die doppelte Fahrgeschwindigkeit ergab fast (?) die gleichen Versuchspunkte; genauere Daten sind leider auch hier nicht angegeben. Das Ergebnis einiger Versuchsreihen, siehe Bild 8, stimmt mit den Versuchen von Jahn und Sachs auch zahlenmäßig überein. Von Davies wurden außerdem Versuche gemacht, um die Abhängigkeit der Seitenkräfte S vom „lateral creepage“, das ist ein Seitenkriechen, zu bestimmen. Unter Seitenkriechen ist zu verstehen das seitliche Auswandern des Rades aus der Rollebene heraus, das entsteht bei Wirken einer senkrecht zur Radebene stehen-

¹⁾ Diese englischen Bezeichnungen gehen zurück auf Carter, der die Theorie des „Creeping“ entwickelt hat, s. Carter, Railway Electric Traction, London, Arnold u. Co., 1922.

den Kraft S , lediglich aus dem Abwälzen der elastisch verzerrten Umfangsteile der Räder in der Berührungsfläche. Meßwerte sind leider nicht angegeben, der Verfasser sagt nur, daß das Verhältnis der Seitenkraft S zur Normalkraft N (Radbelastung) zum „lateral creepage“ das gleiche sei wie beim Wirken von Längskräften T . Die Kurven würden sich bei kleinerem creepage sogar decken, später allerdings nicht mehr. Er führt diese Unstimmigkeit aber auf Meßfehler zurück.

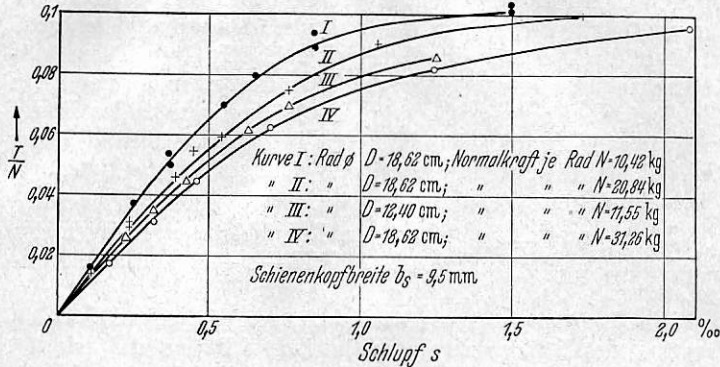


Bild 8. Abhängigkeit des Verhältnisses T/N vom Schlupf s .
Versuche von Davies. Werkstoff Stahl auf Stahl.

Die Versuche des VMEV bestimmen, im Gegensatz zu den bisher erwähnten Versuchen, nur die Abhängigkeit der Seitenkraft S vom Schräglaufwinkel α , als Maß des Seitenschlupfes. Die Versuche wurden ausgeführt: 1. am ortsfesten Versuchstand mit Eisenbahnradständen, bei denen die Räder der einen, der oberen Achse zylindrisch, die der anderen, unteren ballig mit einem Radius von 200 bzw. 400 mm entsprechend der meist vorhandenen Schienenkopf-Wölbung abgedreht waren. Der obere Radsatz war querverschieblich und seine Achse konnte um einen Winkel α gegen die des unteren Radsatzes schräggestellt werden. Die Seitenkraft S wurde in Achshöhe mittels einer Federwaage gemessen. Eine zweite Versuchsreihe wurde vorgenommen an einem Versuchswagen in natürlicher Größe. Der Wagen hatte vorn eine normale Achse, auf die mit Federn ein Teil des Wagengewichtes und der Belastung übertragen wurde, hinten ebenfalls eine normale Achse, die aber nicht mit Federn mit dem Wagenrahmen verbunden war, überhaupt keine Last vom Wagenrahmen her aufnahm. Diese hintere Achse diente nur zur Führung des Meßwagens im Gleis. Die Achsen hatten normale Räder mit kegelförmigen Radreifen und normalen Spurkränzen, die beiden Räder waren aber auf ihren Sitzen so weit auseinandergepreßt worden, daß der Radsatz im Gleis kein Spurspiel mehr hatte. Die mittlere dritte Achse hatte zylindrische Räder ohne Spurkränze, war seitverschieblich und konnte um einen gewissen Winkel α schräg zum Gleis gestellt werden. Die senkrechte Last wurde auf diese Achse nur durch Druckstangen, ohne zwischengeschaltete Federn, übertragen. Ihre senkrechte Verbindung mit dem Wagenrahmen war also starr. Die Seitenkraft S bei einem bestimmten Schrägstellungswinkel α wurde durch ein Hebelgestänge auf eine Federwaage übertragen, die auf dem Rahmen befestigt war. Ausgeführt wurden diese Versuche mit Radsätzen gleichen Durchmessers (reine Seitenkraft-Wirkung) bei verschiedenen Schrägstellungswinkeln und verschiedenen Belastungen, ferner Versuche mit Radsätzen mit ungleichen Raddurchmessern bei verschiedenen Schrägstellungswinkeln α und Belastungen (also Zusammenwirken von Seiten- und Längsumfangskräften, da die Räder fest auf ihren Achsen sitzen). Die Ergebnisse dieser letzteren Versuchsreihe sind in ihrer Richtigkeit nicht völlig sicher, da die Belastung der Meßachse vom Rahmen durch ein starres Gestänge übertragen wurde. Dann ist aber bei ungleichen Raddurchmessern keine statische Lastverteilung mehr möglich, da Änderungen in der

Lastverteilung auftreten. Im Bericht ist auch nichts darüber gesagt, ob die Belastung der Meßachse durch Wiegen nachgeprüft worden ist. Diese letzteren Versuchsergebnisse stehen in Widerspruch zu denen, die mit dem Modellwagen, siehe unten, erhalten wurden, besonders in bezug auf den Einfluß der Raddurchmesser-Unterschiede.

Eine dritte Versuchsreihe wurde aufgenommen mit einem Modell-Wagen. Die Anordnung war grundsätzlich die gleiche wie beim Wagen in natürlicher Größe, auch die Versuche waren die gleichen. Hier wurde aber die Belastung der Meßachse durch Wägung kontrolliert. Die Ergebnisse all dieser Versuche sind: Schnelles Ansteigen der Seitenkraft S von Null bei der Schrägstellung Null mit wachsender Schrägstellung, später langsames Ansteigen bis zu einem fast konstanten Wert bei einer Schrägstellung von etwa $\alpha = 30'$. Eine Steigerung der Belastung der Meßachse, also der Flächenpressung zwischen Rad und Schiene, setzt, wie zu erwarten war, den Endwert der größten Seitenkraft herab (Bild 9). Der Verlauf ist also grundsätzlich der gleiche wie bei den Längs-Umfangsschlupfkurven der Versuche von Jahn und Sachs. Bei zusätzlichen Längsumfangskräften T sinkt erwartungsgemäß die übertragbare Seitenkraft S , bei gleichen Belastungen und Schrägstellungen. Bei den Versuchen mit dem Versuchswagen in natürlicher Größe ist die Verringerung der Seitenkraft durch Hinzutreten einer Längsumfangskraft allerdings unerwartet stark, wenn man mit den in den Versuchsberichten angegebenen Belastungen rechnet. Diese sind aber, wie schon oben gesagt, anzuzweifeln.

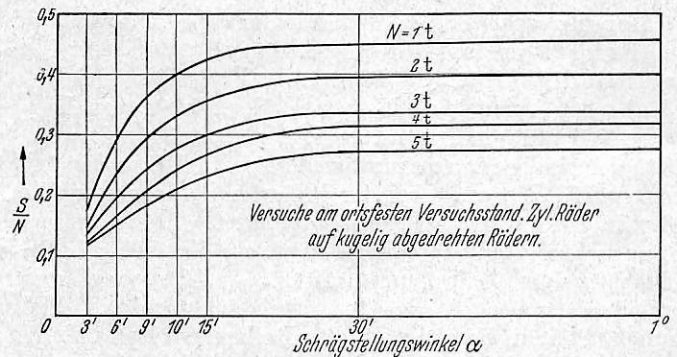


Bild 9.

Abhängigkeit des Verhältnisses S/N vom Schrägstellungswinkel α .
Versuche des VMEV.

Zusammengefaßt kann über all diese Versuche gesagt werden: 1. Nach den Gleitversuchen von Jakob, Donandt, Skutsch und einigen Versuchen von Coulomb ist die Gleitreibungsziffer $\mu = R/N$ abhängig von der Gleitgeschwindigkeit v .

2. Nach den Rollversuchen von Jahn, Sachs, VMEV und Davies ist die zwischen Rad und Schiene tatsächlich übertragene Seiten- und Längs-Umfangskraft bis zu einer bestimmten oberen Grenze abhängig vom Schlupf, bzw. vom Schräglaufwinkel. An dieser oberen Grenze bringt eine sehr kleine Steigerung der Kraft eine unendlich große Steigerung des Schlupfes mit sich. Diese obere Grenze ist abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit und den Wälzkörperabmessungen, wie Raddurchmesser und Schienenwölbung, von Werkstoff und Elastizität, von Flächenpressung und von der Drehzahl. Eine Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit kann also und soll auch in der vorliegenden Arbeit vorausgesetzt werden. Zweifelhaft ist nur, ob bei der Gleitgeschwindigkeit $v = 0$ auch die Gleitreibungsziffer $\mu = 0$ ist, oder ob sie noch einen endlichen Wert hat, ob der grundsätzliche Verlauf der nach Bild 10a oder nach Bild 10b ist. In dieser Untersuchung sei nach Jakob vorausgesetzt, daß bei $v = 0$ auch $\mu = 0$ ist, daß also Bild 10a gilt. Wenn

zweifelloos gegen diese Annahme Bedenken vorgebracht werden können, so sei hier doch vorweggenommen, daß diese Annahme eine befriedigende Erklärung der Ergebnisse der Versuche von Sachs usw. gibt. Einer späteren Arbeit soll es vorbehalten sein, zu untersuchen, ob die zweite Möglichkeit nach Bild 10b ebenfalls eine Lösungsmöglichkeit bietet, die im Einklang mit den Versuchsergebnissen von Sachs steht.

Mit der theoretischen Untersuchung der Reibungs-, Kräfte- und Schlupfverhältnisse bei Rädern, die mit parallelen Achsen unter Schlupferscheinungen in Längsrichtung aufeinander abrollen, haben sich vor allem Lorenz¹⁾, Fromm²⁾, ferner auch Levi³⁾ befaßt. Zur Bestätigung ihrer Rechnung ziehen Lorenz und Fromm die Versuchsergebnisse von Sachs heran. Doch können beide keine Übereinstimmung ihrer Rechnung mit den Sachsschen Versuchen zeigen.

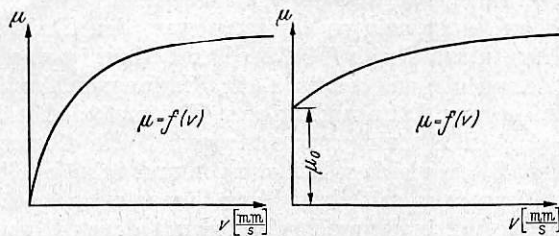


Bild 10a.
Verlauf der μ - v -Kurve
nach Jakob.

Bild 10b.
Änderungsvorschlag.

Lorenz geht bei seiner Berechnung davon aus, daß die Gleitreibungsziffer μ unabhängig von der Gleitgeschwindigkeit ist. Diese Annahme widerspricht den Jakobsschen Versuchen. Ferner ist der Ansatz von Lorenz $T = \nu \cdot N$ irreführend, wenn er 1. μ als unabhängig von der Gleitgeschwindigkeit annimmt und 2. sagt, daß in der ganzen Berührungsfläche auch bei der kleinsten Längsumfangskraft, außer in einer Linie, Gleiten stattfindet. Denn unter den Lorenzschen Voraussetzungen kann ein Getriebe überhaupt nicht mit einer Teilreibungskraft $T = \nu \cdot N$, also in unserer Bezeichnungsweise $T = \nu_T \cdot T_{\max}$ belastet werden. Sobald nämlich Gleiten eintritt, ist der Reibungswiderstand gleich der vollen Normalkraft N mal der Gleitreibungsziffer μ , die ja nach seiner Annahme konstant ist. Schließlich berücksichtigt Lorenz in seiner Ableitung der Gleichung für den Schlupf noch die Radienverkürzung (die er allerdings später wieder wegen ihrer Geringfügigkeit vernachlässigt), außerdem auch die aus der Schubspannung entstehende Verschiebung γ . Beides, Radienverkürzung und Verschiebung, gehen nicht in die Gleichung des Schlupfes für den Beharrungszustand ein, sondern lediglich die Verzerrung des Umfangs, wie schon Fromm⁴⁾ gezeigt hat. Die Lorenzsche Rechnung ergibt für die Abhängigkeit des Nutzungswertes vom Schlupf eine Gerade, während die Versuche von Sachs und Jahn eine hyperbelähnliche Kurve ergeben, d. h. der Nutzungswert nähert sich einem oberen Grenzwert, siehe Bild 7. Das Ergebnis der Lorenzschen Rechnung ist also grundsätzlich verschieden von dem der Sachsschen Versuche.

Die von Fromm gefundenen Rechnungswerte für den Schlupf in Abhängigkeit von T/N haben zwar den Charakter der Versuchsergebnisse von Sachs und Jahn, wie Bild 7 zeigt, d. h. sie zeigen ein deutliches Annähern an einen oberen Grenzwert,

¹⁾ Lorenz, Rad und Schiene, ZVDI 1928 S. 173 u. Glas. Ann. 1928 S. 1.

²⁾ Fromm, Berechnung des Schlupfes deformierbarer Scheiben, ZaMM 1927 S. 27; Fromm, Arbeitsverlust, Formänderung u. Schlupf beim Rollen von treibenden und gebremsten Scheiben, Z. f. techn. Phys. 1928 S. 299.

³⁾ Levi, Rev. gén. d. chem. de fer 1935.

⁴⁾ Fromm, Rad und Schiene, ZVDI 1928 S. 1899.

aber sie weichen zahlenmäßig erheblich davon ab und liefern für gleiches T/N einen um $10/3$ kleineren Schlupf. Auch Fromm nimmt die Gleitreibungsziffer μ als unabhängig von der Gleitgeschwindigkeit an. Die Reibungsziffer der Ruhe soll in den Grenzen $0 \leq \mu_0 \leq \mu$ liegen. Eine Begründung dieser Annahme gibt er nicht. Fromm kommt ferner zu dem Ergebnis, daß die Berührungsfläche zwischen zwei Rädern in ein Haftgebiet (Gleiten = 0) und in ein Gleitgebiet zerfällt. Ein Haftgebiet kann aber nur da bestehen, wo die Umfangsgeschwindigkeiten der sich berührenden Teile der beiden Räder genau gleich groß ist, d. h. die Dehnung der Umfänge beider Räder sich im Verhältnis zueinander nicht ändert. Nun sind aber die nach den Gleichungen Fromms berechneten Dehnungen beider Räder in dem als Haftgebiet bezeichneten Teil der Berührungsfläche nicht gleich, bzw. ändern sich nicht gleichmäßig, die Umfangsteilen müssen also aufeinander gleiten.

Die theoretische Arbeit von Levi bietet nur allgemeine Erörterungen über den Verlauf der T/N — s — Kurve, aber keine rechnerische Untersuchung.

Eine weitere interessante Arbeit von Heyn¹⁾ behandelt den Fall des Rollens zweier zylindrischer Räder aufeinander, deren Achsen nicht zueinander parallel liegen. Heyn kommt allein durch theoretische Erwägungen zu dem Ergebnis, daß der Teil des Coulombschen Gesetzes der Reibung, wonach μ unabhängig ist von der Gleitgeschwindigkeit, nicht mit den Gesetzen der Mechanik verträglich ist. Nimmt man aber mit Heyn eine Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit an, so wird den Gesetzen der Mechanik nicht mehr widersprochen. Eine Darlegung seiner Gedankengänge würde hier zu weit führen, es sei auf die Arbeit selbst verwiesen.

In dieser Arbeit soll nun zunächst versucht werden, eine Theorie aufzustellen für die Gleitreibungsverhältnisse beim mit Gleit- bzw. Schlupferscheinungen verbundenen Abwälzen zweier Zylinder aufeinander, deren Achsen genau parallel liegen, die außer dem Normaldruck N nur noch einer Längsumfangskraft T ausgesetzt sind. Sodann wird unter Annahme der Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer μ von der Gleitgeschwindigkeit v nach Jakob, also mit $\mu = 0$ bei $v = 0$ (grundsätzlicher Verlauf siehe Bild 10a) nachgeprüft, wie sich diese Theorie zu den Sachsschen Versuchen verhält. Soweit handelt es sich um eine Richtigstellung der bisher vorhandenen Theorien. Weiter soll als Neues gegenüber den früheren Arbeiten das Verhalten des Getriebes Rad—Schiene untersucht werden, beim alleinigen Wirken einer Seitenkraft S , also einer Kraft, deren Wirkungslinie senkrecht steht auf der Radebene, die im Radmittelpunkt angreift und deren Reaktionskraft in der Berührungsfläche zwischen Rad und Schiene angreift. Die Fortbewegungsbahn des Rades liegt beim Wirken dieser Seitenkraft nicht in der Radebene, sondern schneidet diese unter einem bestimmten Winkel α . Die gleichen Verhältnisse liegen vor, wenn die Radebene gegen die Schienenlängsrichtung um den gleichen Winkel α schräggestellt ist und eine Seitenkraft S wirkt, die so groß ist, daß das Rad gerade gezwungen wird, genau in der Schienenlängsrichtung sich fortzubewegen. Die Richtigkeit der Rechnungen dieser Untersuchungen wird an den Ergebnissen der Versuche des VMEV nachgeprüft. Schließlich soll das bisher noch nicht rechnerisch untersuchte Verhalten des Getriebes Rad—Schiene nachgeprüft werden, wenn sowohl eine Längsumfangs- wie eine Seitenkraft wirkt, also der allgemeine, in der Wirklichkeit des Eisenbahnbetriebes meist vorliegende Fall. Auch die Richtigkeit dieser Untersuchungen wird an Ergebnissen der Versuche des VMEV nachgeprüft.

Untersucht wird in dieser Arbeit nur das Reibgetriebe Stahlrad—Stahlrad, bzw. Stahlschiene, also allgemein aus-

¹⁾ Heyn, Belastungsverhältnis und Gleitgeschwindigkeit, ZaMM 1926.

gedrückt, das Reibgetriebe, das aus zwei Rädern gleichen oder verschiedenen Durchmessers, gleicher Elastizität und damit auch gleichen Werkstoffs (Stahl) besteht, nicht aber das Reibgetriebe Gummirad auf Straße, bestehend aus zwei Wälzkörpern mit verschiedener Elastizität und aus anderen Werkstoffen.

II. Allgemeine Bewegungsverhältnisse bei zwei aufeinander abwälzenden Rädern mit zueinander parallelen Achsen.

Es seien zuerst die allgemeinen Gleichungen für den Schlupf s eines Reibgetriebes aufgestellt. Zwei Räder rollen aufeinander ab. Sie werden aufeinandergepreßt durch die Normalkraft N , das eine Rad wird angetrieben (in Bild 11 das obere, bezeichnet mit dem Index a). Dies ist das Triebrad. Das andere Rad ist das gebremste (b). Das Triebrad überträgt durch Reibung auf das gebremste Rad ein gewisses Drehmoment. Diesem entspricht eine gewisse Längs-Umfangskraft in der Berührungsfäche: $T = \int \mu dN$. μ ist hier die Gleitreibungsziffer, die wie gesagt in Übereinstimmung mit den Versuchen von Jakob als (nach Bild 10a) von der Gleitgeschwindigkeit abhängig angesehen wird. Bei Auftreten von T hat stets das gebremste Rad eine kleinere Drehzahl als das treibende Rad. Es tritt ein Schlupf zwischen beiden auf. Unter Schlupf versteht man, wie gesagt das Verhältnis der Differenz zwischen der Umfangsgeschwindigkeit des Triebrades und der des gebremsten Rades zur Umfangsgeschwindigkeit des starren Triebrades ist

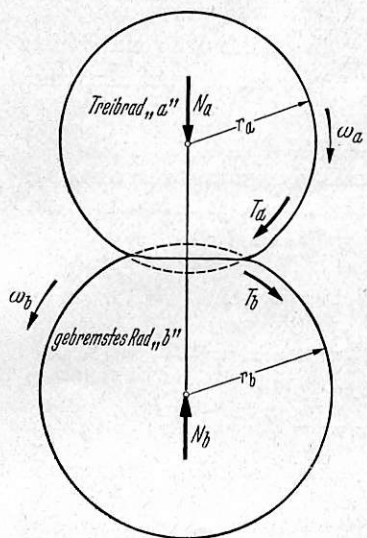


Bild 11.

Normal- und Tangentialkraft am Reibradgetriebe.

$r_a \cdot \omega_a = u_a$, wobei r_a der Halbmesser des unverzerrten Rades ist und ω_a seine Winkelgeschwindigkeit. Die Umfangsgeschwindigkeit des getriebenen bzw. gebremsten Rades ist $u_b = r_b \cdot \omega_b$. Wären beide Scheiben starr, würden sie also in ihrer Berührungsfäche in Längsrichtung weder gestaucht noch gedehnt und würden sie rein, ohne Gleiten, aufeinander rollen, so würde sein: $u_a = u_b$, d. h. die beiden Räder hätten die gleiche Umfangsgeschwindigkeit, der Schlupf wäre = 0.

Bei nicht starren Scheiben, wie sie praktisch immer vorliegen, tritt aber ein Schlupf auf, wenn $T \neq 0$ ist. Dieser Schlupf hat folgenden allgemeinen mathematischen Ausdruck:

$$s = \frac{u_a - u_b}{u_a} = \frac{r_a \cdot \omega_a - r_b \cdot \omega_b}{r_a \cdot \omega_a} = 1 - \frac{r_b \cdot \omega_b}{r_a \cdot \omega_a} \quad 1)$$

In dieser Gleichung ist u_a, u_b die Umfangsgeschwindigkeit der aufeinandergepreßten Räder an denjenigen Stellen, wo sie nicht verzerrt sind. Das entsprechende gilt für $\omega_a = u_a/r_a$ und $\omega_b = u_b/r_b$. Bedeutet Δu den Unterschied der beiden Umfangsgeschwindigkeiten u_a und u_b , dann kann der Schlupf s auch geschrieben werden in der Form:

$$s = \frac{\Delta u}{u_a} \quad 1a)$$

Diese allgemeine Form der Schlupfgleichung ist die schon von Fromm und Lorenz verwendete. Beide sehen diesen Schlupf an als allein von den elastischen Verformungen herrührend. In Wirklichkeit wird er aber erzeugt (siehe Bild 1a):

1. durch die elastischen Formänderungen der sich berührenden Teile der Räder; bei ihm haften die beiden Räder

aufeinander auf einem Teil der Berührungsfäche, dem „Ruhegebiet“, gleiten sie nur außerhalb desselben auf den „Arbeitsgebieten“. Das Ruhegebiet kann unter Umständen auch zu einer Linie zusammenschrumpfen. Der so entstandene Schlupf sei bezeichnet als Formänderungsschlupf, s_{el} ;

2. durch einen sich dem Formänderungsschlupf überlagernden „Gleitschlupf“ s_{gl} , der dann auftritt, wenn die dem Formänderungsschlupf entsprechenden Gleitgeschwindigkeiten in der Berührungsfäche noch nicht ausreichen, die zur Übertragung der aufgezwungenen Längs-Umfangskraft T notwendige Gleitreibungsziffer μ zu liefern. Sein Auftreten setzt voraus, daß μ mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit ansteigt; bei ihm gleiten die Räder in der ganzen Berührungsfäche.

Der gesamte durch Gl. 1) ausgedrückte Schlupf setzt sich also unter den angegebenen Voraussetzungen zusammen aus Formänderungsschlupf und Gleitschlupf.

$$s = s_{el} + s_{gl} \quad 2)$$

oder entsprechend Gl. 1a)

$$s = \frac{\Delta u_{el}}{v_a} + \frac{\Delta u_{gl}}{v_a} \quad 3)$$

wobei Δu_{el} der aus den elastischen Verformungen hervorgegangene Unterschied der Umfangsgeschwindigkeiten und Δu_{gl} der aus dem reinen Gleiten hervorgegangene Unterschied ist. Der Formänderungsschlupf entsteht, wie gesagt, aus den elastischen Formänderungen, diese seien jetzt untersucht.

1. Die Verzerrungen, hervorgerufen allein durch die Anpreßkraft N .

Nach Hertz wird angenommen, daß die Verteilung der Anpreßkraft über die Länge der Berührungsfäche elliptisch sei. Man sieht sofort, daß die Verzerrungen in radialer und tangentialer Richtung an Triebrad und gebremstem Rad an jeder Stelle der Berührungsfäche gleichgroß und gleichen Vorzeichens sind, gleiche Elastizität der Räder vorausgesetzt. Es tritt zwar eine Längsverzerrung in der Berührungsfäche auf, diese ist aber für Triebrad und gebremstes Rad an jeder Stelle gleichgroß. Damit ist aber an jeder Stelle der Berührungsfäche $u_{a,el} = u_{b,el}$ und der Schlupf $s = 0$. Es kann also zwischen zwei Rädern, die nur durch eine Normalkraft N aneinandergepreßt werden und die keine Längsumfangskraft T zu übertragen haben, kein Gleiten entstehen, die ganze

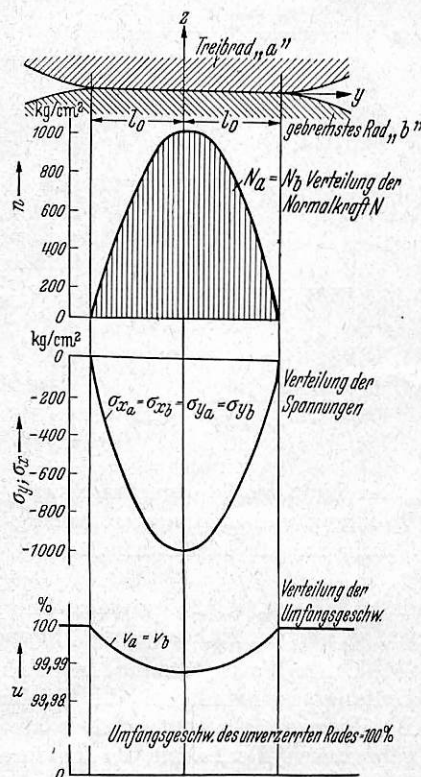


Bild 12. Verteilung von Anpreßkraft, Spannung und Umfangsgeschwindigkeit über die Berührungsfäche.

Haftfläche. Bild 12 zeigt in schematischer Darstellung die Verteilung von Anpreßkraft, Spannung und Geschwindigkeit über die Berührungsfäche.

In den folgenden Berechnungen werden die Längsverzerrungen, die aus der Normalkraft herrühren, nicht mehr

berücksichtigt, da sie sich gegenseitig aufheben. Dies gilt natürlich nur für die Berechnung des Schlupfes; bei der Berechnung der Beanspruchung der Räder sind die Spannungen, hervorgerufen durch die Normalkraft N , selbstverständlich zu berücksichtigen.

2. Die Beanspruchungen und Verzerrungen, hervorgerufen durch Längsumfangskräfte, bei Vorhandensein von Normalkräften.

Es sei hier wiederholt, daß diese Untersuchungen die Gültigkeit des Jakobschen Gesetzes von der Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit (nach Bild 10a) voraussetzen. Die Beanspruchungen sind bei beiden Rädern des Getriebes an den gleichen Längspunkten y nicht mehr gleichen Vorzeichens, wie bei Beanspruchung allein durch die Normalkraft N . Am Triebbad werden die Umfangselemente beim Einlauf E in die Berührungsfläche gedrückt, also gestaucht. Diese Stauchung verringert sich gegen die Mitte der Berührungsfläche immer mehr, um schließlich aufzuhören und in eine Dehnung der Umfangselemente überzugehen. Am getriebenen Rad sind die Verformungen und Beanspruchungen gerade umgekehrt. Dort werden die Umfangselemente beim Einlauf gezogen bzw. gelangt und beim Auslauf A gedrückt bzw. gestaucht. In Bild 13 ist die Beanspruchung durch die Längskraft von parabelförmig angenommener Verteilung über die Länge der Berührungsfläche, wie sie bei großem T/T_{max} nahezu genau auftritt, ferner die sich daraus ergebende Längsumfangbeanspruchung und die Größe der Umfangsgeschwindigkeit in der Berührungsfläche für Triebbad und gebremstes Rad schematisch aufgetragen. Die Umfangsgeschwindigkeit des Triebbrades an jeder Stelle der Berührungsfläche stets größer als die des getriebenen bzw. gebremsten Rades an der entsprechenden Stelle, oder das Ruhegebiet ist $= 0$. Bestenfalls können die beiden Umfangsgeschwindigkeiten u_a und u_b an einer Stelle gleich groß sein, wenn der Gleitschlupf gleich Null ist, d. h. eine Ruhe- oder Haftlinie vorhanden ist. Das tritt dort ein, wo das Triebbad seine größte Druckspannung, d. h. auch seine größte Stauchung und seine kleinste Umfangsgeschwindigkeit u_a hat. An dieser Stelle hat aber auch das gebremste Rad seine größte Zugspannung, also seine größte Dehnung und damit auch seine größte Umfangsgeschwindigkeit.

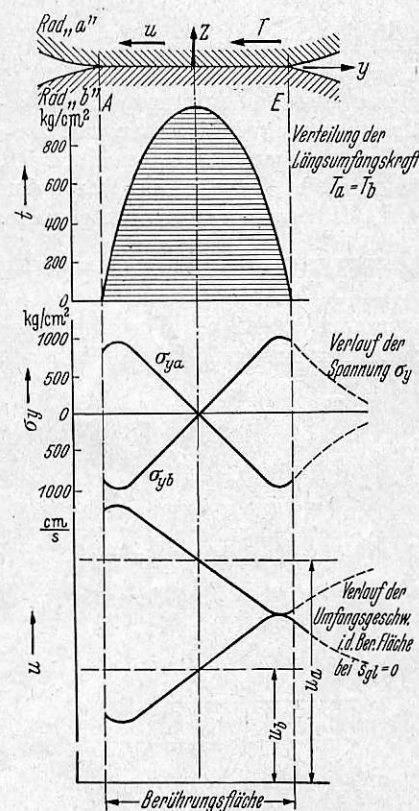


Bild 13.

Verteilung von Längsumfangskraft, Spannung und Umfangsgeschwindigkeit über die Berührungsfläche.

Diese ist an jeder Stelle des Umfangs, d. h. für jedes Umfangselement konstant und ist, wie schon früher gezeigt, proportional der Spannung σ_y . Unter Voraussetzung des Jakobschen Gesetzes ist die Umfangsgeschwindigkeit des Triebbrades an jeder Stelle der Berührungsfläche stets größer als die des getriebenen bzw. gebremsten Rades an der entsprechenden Stelle, oder das Ruhegebiet ist $= 0$. Bestenfalls können die beiden Umfangsgeschwindigkeiten u_a und u_b an einer Stelle gleich groß sein, wenn der Gleitschlupf gleich Null ist, d. h. eine Ruhe- oder Haftlinie vorhanden ist. Das tritt dort ein, wo das Triebbad seine größte Druckspannung, d. h. auch seine größte Stauchung und seine kleinste Umfangsgeschwindigkeit u_a hat. An dieser Stelle hat aber auch das gebremste Rad seine größte Zugspannung, also seine größte Dehnung und damit auch seine größte Umfangsgeschwindigkeit.

Da bei Nichtvorhandensein des Gleitschlupfes die Umfangsgeschwindigkeit des gebremsten Rades an einer Stelle gleich ist der Umfangsgeschwindigkeit des Triebbrades, kann der Formänderungsschlupf ermittelt werden aus der niedrigsten Umfangsgeschwindigkeit eines Umfangsteilchens des Triebbrades und der höchsten des gebremsten Rades, die beide an der gleichen Stelle der Berührungsfläche liegen. Der Formänderungsschlupf kann also aus den größten Formänderungen ermittelt werden.

Da die Umfangsgeschwindigkeit im Beharrungszustand allein von der Tangentialverzerrung, nicht von den „Verschiebungen“ γ infolge der Schubbeanspruchung durch die Kraft T oder den Radienverkürzungen abhängig ist, muß der Formänderungsschlupf auch allein durch die Tangentialverzerrungen ausgedrückt werden können. Die größte Dehnung $\epsilon_{b,max}$ des gebremsten Rades in der Berührungsfläche ist gleich groß der größten Stauchung $\epsilon_{a,max}$ des Triebbrades, unter der Voraussetzung, daß beide Räder den gleichen Elastizitätsmodul haben.

3. Formänderungsschlupf.

Dieser ist durch die Tangentialverzerrung ausgedrückt: Die niedrigste Umfangsgeschwindigkeit des Triebbrades a ist

$$u_{a \min el} = u_a (1 + \epsilon_{a \max}),$$

die höchste des gebremsten Rades b ist

$$u_{b \max el} = u_b (1 + \epsilon_{b \max}).$$

Damit ist

$$\Delta u_{el} = u_{a \min el} - u_{b \max el} = u_a (1 + \epsilon_{a \max}) - u_b (1 + \epsilon_{b \max})$$

und

$$s = \frac{\Delta u_{el}}{u_a} = 1 + \epsilon_{a \max} - \frac{u_b}{u_a} (1 + \epsilon_{b \max})$$

und, da das Verhältnis $u_b/u_a \approx 1$ ist, jedenfalls kleiner als $1/1,001$, folgt:

$$s_{el} \approx \frac{\Delta u_{el}}{u_a} \approx \epsilon_{a \max} - \epsilon_{b \max} \approx 2 \epsilon_{a \max} \dots 4)$$

Diese Gleichung ist auch schon von Fromm und mit Berücksichtigung der Verschiebung γ auch von Lorenz aufgestellt worden. Allein, diese haben wie gesagt diesen Formänderungsschlupf als den allein vorkommenden angesehen und den bei größerem T stest auftretenden Gleitschlupf gar nicht berücksichtigt.

Ein Einfluß der Verschiebung γ auf die Größe des Schlupfes ist nur einmal vorhanden, nämlich wenn T sich ändert. Im Augenblick des Anwachsens der Kraft T von Null auf ihren Beharrungswert müssen die Umfangselemente der Räder erst in ihre verformte Lage gebracht werden; die Umfangsgeschwindigkeit des gebremsten Rades bleibt im Augenblick etwas hinter der des Triebbrades zurück. Dieses Anspannen und Verformen der Umfangsfasern geschieht aber nur einmal, und zwar in der Zeit der Belastungsänderung, d. h. während des Belastungs- bzw. Entlastungsvorganges. Als Schlupf bezeichnen wir aber nach der oben angegebenen Definition nicht das Verhältnis der Drehzahl- oder Wegdifferenz vom unbelasteten Zustand heraus bis zu einem bestimmten Belastungszustand zur Drehzahl oder dem Weg des Triebbrades, sondern nur das Verhältnis, das im Beharrungszustand auftritt. Lorenz mißt den Schlupf von der nullten Umdrehung bis z. B. zur 10. Umdrehung, bei Steigerung der Tangentialbelastung von Null auf einen endlichen Wert. Lorenz berechnet also nicht den Schlupf im Beharrungszustand.

4. Der Gleitschlupf.

Das Maß seines Auftretens ist abhängig vom Verlauf der Kurve μ/v . Unter der Voraussetzung des Jakobschen Gesetzes dürften bei dem meist vorkommenden T die aus den elastischen Verformungen der beiden Räder sich ergebenden Gleitgeschwindigkeiten so klein sein, daß die zugehörigen

μ -Werte zusammen nur ein kleineres T ergeben, d. h. schon bei kleinem und mittlerem T tritt außer dem elastischen Schlupf auch Gleitschlupf auf. Der Gleitschlupf kann seiner Natur nach nicht aus den elastischen Verformungen berechnet werden. Zur Ermittlung nehmen wir eine bestimmte Größe und Verteilung von T über die Berührungsfläche an. Dann können wir die zugehörigen Längs-Umfangsverformungen an verschiedenen Stellen der Berührungsfläche und die aus diesen entstehenden Gleitgeschwindigkeiten berechnen. Der Gleitschlupf sei vorläufig zu Null angenommen, es bestehe also vorerst nur Formänderungsschlupf und mit dieser Annahme in einer Querlinie der Berührungsfläche Haftung. Die vom Triebad an das gebremste Rad abgegebene Längs-Umfangskraft ist $\int \mu dN$, wobei μ als nach der Kurve nach Bild 10a abhängig von der Gleitgeschwindigkeit angesehen wird. Liest man die zu den errechneten Gleitgeschwindigkeiten v gehörenden Gleitreibungsziffern μ ab, so zeigt sich, daß die mit ihnen errechnete Längs-Umfangskraft T kleiner ist als die zugrunde gelegte. Zur Aufnahme der Differenz ist den berechneten Gleitgeschwindigkeiten eine reine, über die ganze Berührungsflächenlänge als unverändert angesehene Gleitgeschwindigkeit von zunächst zu schätzender Größe zu überlagern. Für die Summe dieser beiden Gleitgeschwindigkeiten sind die neuen höheren Reibungswerte μ aus der gegebenen Kurve $\mu = f(v)$ zu ermitteln und die zugehörige Längsumfangskraft $T = \int \mu dN$ zu berechnen. Ist diese gleich der vorher angenommenen, war die Schätzung der addierten reinen Gleitgeschwindigkeit richtig. Somit ist so lange eine andere zu addieren und die Verteilung der Längs-Umfangskraft über die Berührungsfläche zu ändern, bis Gleichheit in Größe der angenommenen und der berechneten Verteilung von T erreicht ist. Mit dieser reinen Gleitgeschwindigkeit kann ohne weiteres auch der Gleitschlupf errechnet werden.

Wie groß diese reine Gleitgeschwindigkeit ist, hängt ab von der Größe von T und dem Verlauf der μ -v-Kurve. Deren Verlauf ist allein abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit der beiden aufeinander abrollenden Räder, vom Werkstoff, vom Schmiermittel, von der Temperatur usw. Dagegen ist der Formänderungsschlupf allein abhängig von den wirkenden Kräften und dem Elastizitätsmodul der Werkstoffe der beiden Räder. Die Gleichungen für die Beanspruchungen und Verzerrungen, ferner die Gleichungen für den Verlauf der Längs-Umfangskraft werden im nächsten Abschnitt behandelt.

5. Spannungen und Verzerrungen in Längs-Umfangsrichtung in der Berührungsfläche zweier Räder, beim Wirken einer Normalkraft N und einer Längs-Umfangskraft T.

Die in der Berührungsfläche und in ihrer unmittelbaren Umgebung auftretenden radialen oder normalen und tangentialen oder Längs-Umfangsspannungen und Verzerrungen werden ermittelt an Hand der Ableitungen für Belastung der unendlich ausgedehnten Halbscheibe, Bild 14 (siehe Föppl, Drang und Zwang). Vorausgesetzt wird bei diesen Ermittlungen der ebene Spannungszustand, d. h. in x- oder Querichtung treten keine Kräfte und Spannungen auf. Die vorliegende Spannungsaufgabe wird gelöst mit Hilfe der komplexen Spannungsfunktionen. Die Ableitung der entsprechenden Gleichungen sei als bekannt vorausgesetzt. Die Endformeln sind die gleichen, wie sie Lorenz angegeben hat, der sie auf andere Art abgeleitet hat. Die wichtigsten Gleichungen seien hier noch einmal kurz zusammengestellt.

Es bedeuten: G = Gleitmodul, m = die Poissonsche Konstante, r = Fahrstrahlänge, A = Konstante, δ = Winkel zwischen Fahrstrahl und z-Achse (Bild 15).

Die Spannungsgleichungen lauten:

$$\sigma_y = 2G \frac{m+1}{2m} \cdot A \cdot \frac{\cos^3 \delta}{r} \dots \dots \dots 5)$$

$$\sigma_z = 2G \frac{m+1}{2m} \cdot A \cdot \frac{\cos \delta \cdot \sin^2 \delta}{r} \dots \dots \dots 6)$$

$$\tau_{yz} = 2G \frac{m+1}{2m} \cdot A \cdot \frac{\sin \delta \cdot \cos^2 \delta}{r} \dots \dots \dots 7)$$

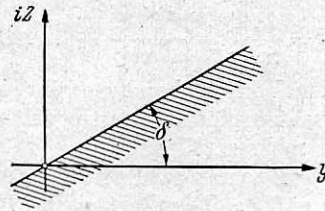


Bild 14. Koordinaten an der unendlich ausgedehnten Halbscheibe.

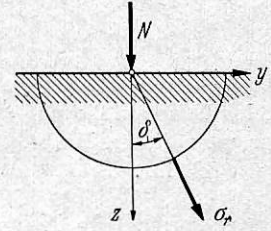


Bild 15. Einzelne Normalkraft an der unendlichen Halbscheibe.

Führt man Polarkoordinaten ein, dann ist σ_r die Normalspannung in Richtung des Radius, σ_δ die Spannung in Richtung senkrecht zum Radius und $\tau_{r\delta}$ die Schubspannung.

$$\sigma_r = 2G \frac{m+1}{2m} \cdot A \cdot \frac{\cos \delta}{r} \dots \dots \dots 8)$$

$$\sigma_\delta = 0 \text{ 8a) und } \tau_{r\delta} = 0 \dots \dots \dots 8b)$$

Jetzt sei noch die Kraft P bestimmt, die zu der in Gl. 8) gegebenen Spannung gehört. Wir denken uns in dem Körper einen Halbkreis geschlagen, bilden die Resultierende der dort übertragenen Spannungen. Die y-Komponente dieser Spannungen ist:

$$\int_{-(\pi-\delta_0)}^{\delta_0} \sigma_r \cdot r \cdot \cos \delta \cdot d\delta = G \cdot \pi \cdot \frac{m+1}{2m} \cdot A \dots \dots \dots 9)$$

Die z-Komponente ist:

$$\int_{-(\pi-\delta_0)}^{\delta_0} \sigma_r \cdot r \cdot \sin \delta \cdot d\delta = 0 \dots \dots \dots 10)$$

Die Resultierende der Spannung ist im Gleichgewicht mit der äußeren Kraft. Also

$$P = G \cdot \pi \cdot \frac{m+1}{2m} \cdot A \dots \dots \dots 11)$$

Damit sind die Spannungen endgültig bestimmbar. Für die verschiedenen vorkommenden Belastungsfälle werden folgend die Gleichungen kurz zusammengefaßt.

a) Beanspruchungen durch eine einzelne Normalkraft. $P = N$. Bei Polarkoordinaten ist:

$$\sigma_r = \frac{2 \cdot N \cdot \cos \delta}{\pi \cdot c \cdot r} \dots \dots \dots 12)$$

$$\sigma_\delta = 0 \dots \dots \dots 12a) \quad \tau_{r\delta} = 0 \dots \dots \dots 12b)$$

Die Umrechnung in kartesische Koordinaten ergibt:

$$\sigma_y = \frac{2 \cdot N \cdot \cos^3 \delta}{\pi \cdot c \cdot r} \dots \dots \dots 13)$$

$$\sigma_z = \frac{2 \cdot N \cdot \cos \delta \cdot \sin^2 \delta}{\pi \cdot c \cdot r} \dots \dots \dots 14)$$

$$\tau_{yz} = \frac{2 \cdot N \cdot \sin \delta \cdot \cos^2 \delta}{\pi \cdot c \cdot r} \dots \dots \dots 15)$$

In diesen und in folgenden Gleichungen bezeichnet c die Breite der Räder bzw. der Scheiben. In der gleichen Weise wie für die Normalkraft gelten die Ableitungen auch für die Tangentialkraft.

b) Beanspruchungen durch eine einzelne Tangentialkraft. $P = T$. Bei Polarkoordinaten ist:

$$\sigma_r = \frac{2 \cdot T \cdot \sin \delta}{\pi \cdot c \cdot r} \dots \dots \dots 16)$$

$$\sigma_\delta = 0 \dots \dots \dots 16a) \quad \tau_{r\delta} = 0 \dots \dots \dots 16b)$$

Für kartesische Koordinaten ergibt sich wieder:

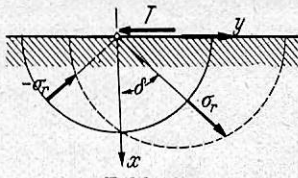


Bild 16.

$$\sigma_y = \frac{2 \cdot T}{\pi \cdot c} \cdot \frac{\sin^3 \delta}{r} \dots 17)$$

$$\sigma_z = \frac{2 \cdot T}{\pi \cdot c} \cdot \frac{\sin \delta \cdot \cos^2 \delta}{r} \dots 18)$$

$$\tau_{yz} = \frac{2 \cdot T}{\pi \cdot c} \cdot \frac{\sin^2 \delta \cdot \cos \delta}{r} \dots 19)$$

Einzelne Tangentialkraft an der unendlichen Halbscheibe. Aus dem Vorhergehenden ergibt sich ohne weiteres für die Beanspruchung durch mehrere Kräfte:

c) Beanspruchung durch mehrere parallele Normalkräfte. Für kartesische Koordinaten ist:

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi \cdot c} \left[\frac{N_1 \cdot \cos^3 \delta_1}{r_1} + \frac{N_2 \cdot \cos^3 \delta_2}{r_2} + \dots + \frac{N_n \cdot \cos^3 \delta_n}{r_n} \right] \dots 20)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi \cdot c} \left[\frac{N_1 \cos \delta_1 \cdot \sin^2 \delta_1}{r_1} + \frac{N_2 \cos \delta_2 \cdot \sin^2 \delta_2}{r_2} + \dots + \frac{N_n \cos \delta_n \cdot \sin^2 \delta_n}{r_n} \right] \dots 21)$$

$$\tau_{yz} = \frac{2}{\pi \cdot c} \left[\frac{N_1 \sin \delta_1 \cdot \cos^2 \delta_1}{r_1} + \frac{N_2 \sin \delta_2 \cdot \cos^2 \delta_2}{r_2} + \dots + \frac{N_n \sin \delta_n \cdot \cos^2 \delta_n}{r_n} \right] \dots 22)$$

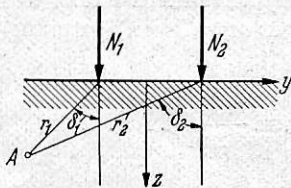


Bild 17. Mehrere Normalkräfte an der unendlichen Halbscheibe.

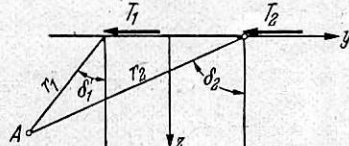


Bild 18. Mehrere Tangentialkräfte an der unendlichen Halbscheibe.

d) Beanspruchung durch mehrere parallele Längsumfangskräfte. Für kartesische Koordinaten gilt:

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi \cdot c} \left[\frac{T_1 \cdot \sin^3 \delta_1}{r_1} + \frac{T_2 \cdot \sin^3 \delta_2}{r_2} + \dots + \frac{T_n \cdot \sin^3 \delta_n}{r_n} \right] \dots 23)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi \cdot c} \left[\frac{T_1 \cos^2 \delta_1 \cdot \sin \delta_1}{r_1} + \frac{T_2 \cos^2 \delta_2 \cdot \sin \delta_2}{r_2} + \dots + \frac{T_n \cos^2 \delta_n \cdot \sin \delta_n}{r_n} \right] \dots 24)$$

$$\tau_{yz} = \frac{2}{\pi \cdot c} \left[\frac{T_1 \cos \delta_1 \cdot \sin^2 \delta_1}{r_1} + \frac{T_2 \cos \delta_2 \cdot \sin^2 \delta_2}{r_2} + \dots + \frac{T_n \cos \delta_n \cdot \sin^2 \delta_n}{r_n} \right] \dots 25)$$

Aus diesen Gleichungen folgt durch Übergang auf eine unendlich große Anzahl der Einzelkräfte:

e) Die Beanspruchung durch eine kontinuierliche Normalkraft. Setzen wir $dN = c \cdot n \cdot dy$, so folgt:

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{n \cos^3 \delta \, dy}{r} \dots 26)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{n \cos \delta \cdot \sin^2 \delta \, dy}{r} \dots 27)$$

$$\tau_{yz} = \frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{n \cos^2 \delta \cdot \sin \delta \, dy}{r} \dots 28)$$

Hierbei ist c die Breite der Scheibe und n die Normalkraft, die auf das Flächenelement $c \cdot dy$ entfällt. Die Integrale erstrecken sich über den belasteten Teil der Begrenzung der Halbscheibe,

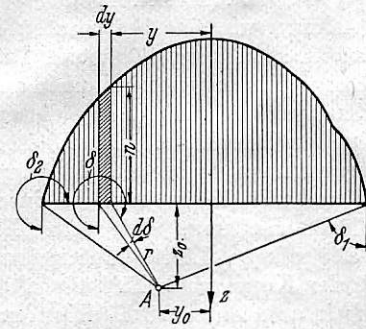


Bild 19. Kontinuierliche Normalkraftbelastung an der unendlichen Halbscheibe.

während die Koordinaten des Punktes A, an dem die Spannung ermittelt werden soll, konstant bleiben. Die Koordinaten des Punktes A werden bezeichnet mit y_0 und z_0 . Es ist

$$z_0 = r \cdot \cos \delta, \quad y_0 = y + r \cdot \sin \delta = y + z_0 \cdot \operatorname{tg} \delta \dots 29a), 29b)$$

Dann ist $dy = -d(r \cdot \sin \delta) = -z_0 \cdot d(\operatorname{tg} \delta) = -\frac{z_0 \cdot d\delta}{\cos^2 \delta}$ und

$$\sigma_z = -\frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} n \cos^2 \delta \, d\delta \dots 30)$$

$$\sigma_y = -\frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} n \sin^2 \delta \, d\delta \dots 31)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} n \sin \delta \cdot \cos \delta \, d\delta \dots 32)$$

Ganz entsprechend ergibt sich:

f) Die Beanspruchung durch eine kontinuierliche Längsumfangskraft. Wenn $dT = c \cdot t \cdot dy$ ist und t die kleine Längsumfangskraft, die auf das Flächenelement $c \cdot dy$ entfällt, folgt:

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{t \cos^2 \delta \cdot \sin \delta \, dy}{r} \dots 33)$$

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{t \sin^3 \delta \, dy}{r} \dots 34)$$

$$\tau_{yz} = \frac{2}{\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{t \cos \delta \cdot \sin^2 \delta \, dy}{r} \dots 35)$$

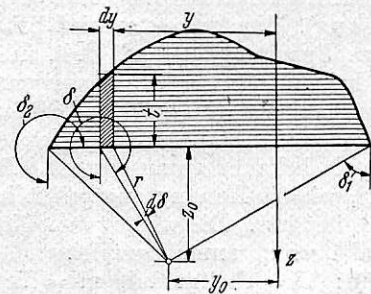


Bild 20. Kontinuierliche Tangentialkraftbelastung an der unendlichen Halbscheibe.

Die uns hier besonders interessierende Gleichung für die Dehnung ist:

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \frac{1}{m} (\sigma_z + \sigma_x) \right] \dots \dots \dots 36)$$

In dieser Arbeit sollen weniger die Beanspruchungen ermittelt werden als die Längs-Umfangsdehnungen, aus denen wir den Schlupf ermitteln können, also in erster Linie die Längs-Umfangsverzerrungen der Radoberfläche innerhalb der Berührungsfäche. In diesem Fall können wir $z = 0$ setzen, und nach Gl. 29 ist dann $\cos \delta = 0$, also $\delta = 90^\circ$ und $\sin \delta = 1$. Ferner ist dann $r = y - y_0$, so daß wir jetzt Gl. 34) einfacher mit den neuen Integrationsgrenzen schreiben können:

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi} \int_{y_1}^{y_2} \frac{t \, dy}{y - y_0} \dots \dots \dots 37)$$

Damit sind alle Gleichungen gegeben, die zur Bestimmung des Formänderungsschlupfes notwendig sind.

6. Berechnungsbeispiel des Schlupfes für einen Sachsschen Versuch.

Für die Versuchsdaten von Sachs soll jetzt mit den vorhergegangenen theoretischen Ermittlungen der Schlupf berechnet werden und das Ergebnis dieser Rechnung mit dem Ergebnis der Sachsschen Versuche verglichen werden. Bild 21 zeigt das Ergebnis des Versuches Nr. 464 von Sachs. Als Abzisse

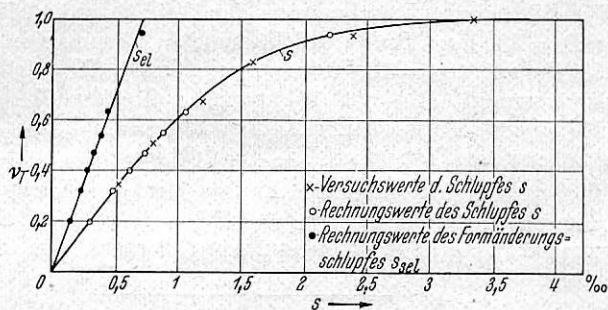


Bild 21. v_T -s-Kurve des Versuches Nr. 464 von Sachs.

ist aufgetragen der Schlupf in ‰, als Ordinate der Nutzungswert, also $v_T = T/T_{max}$. Wie die Abbildung zeigt, steigt bei geringem Nutzungswert dieser gradlinig mit dem Schlupf an und dann zunehmend schwächer, ähnlich dem Verlauf der Jakobschen μ -v-Kurve. Diese, auf den Sachsschen Versuch zugeschnitten, ist in Bild 22 dargestellt. Ihr μ_{max} entspricht dem $T/T_{max} = 1$ von Sachs, ihr v , bei dem μ_{max} erreicht wird, entspricht dem Schlupf von Sachs, bei dem $T/T_{max} = 1$ erreicht wird. Der Verlauf der μ -v-Kurve zwischen $\mu = 0$ und $\mu = \mu_{max}$ ist der von Jakob gefundene, Bild 22. Im Anfangsstück der T/T_{max} -s-Kurve steigt die übertragbare Längs-Umfangskraft fast proportional mit dem Schlupf. Bei größeren Werten von T/T_{max} , also im mittleren Teil der v_T -s-Kurve, sind schon größere Gleitgeschwindigkeiten in der Berührungsfäche erforderlich, um diejenigen Reibungsziffern zu liefern, die, multipliziert mit den Normaldrücken, der aufgezwungenen

Längs-Umfangskraft das Gleichgewicht halten, d. h. wir befinden uns auch in der μ -v-Kurve im mittleren gebogenen Teil. Die obere Grenze des Nutzungswertes ist schließlich erreicht, wenn auch eine noch so große Steigerung des Schlupfes, also auch der Gleitgeschwindigkeiten keine Erhöhung der Reibungsziffern mehr bringt, die Gleitgeschwindigkeiten an allen Stellen der Berührungsfäche so groß sind, daß die zugehörigen Gleitreibungsziffern konstant und unabhängig von den Gleitgeschwindigkeiten sind.

Da wir zum Unterschied zu den Arbeiten von Fromm und Lorenz bei der Ermittlung der in der Berührungsfäche zwischen Rad und Schiene wirkenden Längs-Umfangskraft T die Gleitreibungsziffer μ als abhängig von der Gleitgeschwindigkeit v ansehen, kommen wir zu einer anderen Annahme der Verteilung der Längs-Umfangskraft T über die Länge der Berührungsfäche. Lorenz nimmt mit $\mu = \text{konst.}$ eine parabelförmige Verteilung ähnlich der der Normalkraft an. Hier werde der Veränderung der Verteilung der Längs-Umfangskraft T über die Länge der Berührungsfäche allgemein dadurch Rechnung getragen, daß in dem Ausdruck $T = \int t \, c \, dy$ für t, die spez. Längs-Umfangspresung, ein ganz allgemeiner Ausdruck, etwa einer Parabel höherer Ordnung, eingesetzt wird, in der Form:

$$t = A + B\lambda + C\lambda^2 + D\lambda^3 + E\lambda^4 + F\lambda^5 + G\lambda^6 \dots 38)$$

Darin sind A bis G später noch zu erläuternde Faktoren und $\lambda = y/l_0$, wenn l_0 die halbe Länge der Berührungsfäche und y

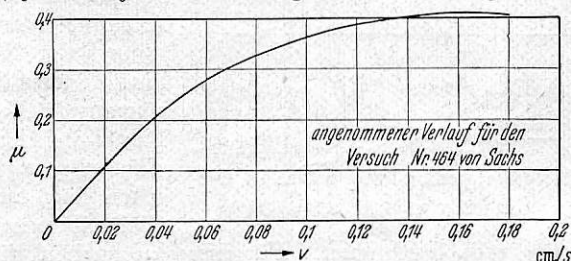


Bild 22. $\mu = f(v)$ -Kurve.

die Längenkoordinate ist, an der t wirke, gerechnet von der Mitte der Berührungsfäche aus.

Der Rechnungsgang ist folgender: für ein bestimmtes v_T wird eine Verteilung der Längs-Umfangskraft T über die Länge der Berührungsfäche angenommen. (Die für einen Längenpunkt y angenommene Größe von t sei konstant auf der Breite c.) Zweckmäßig wird die angenommene Verteilung in stark vergrößertem Maßstab über der Länge der Berührungsfäche aufgetragen und danach die Faktoren A bis G (z. B. nach Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau I, 6. Aufl. S. 212) bestimmt. Für diese angenommene Verteilung werden die Längs-Umfangs-Spannungen σ_y und -Dehnungen ϵ_y in folgender Weise bestimmt. Wird die obige Gleichung 38) für die auf ein Differential der Berührungsfäche entfallende Längs-Umfangskraft t in die Gleichung 37) eingesetzt, so ergibt sich für die Spannung σ_y nach der Integration:

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi} \left[-t \cdot \ln \frac{1+\lambda}{1-\lambda} + \left(2B + \frac{2D}{3} + \frac{2F}{5} \right) + \left(2C + \frac{2E}{3} + \frac{2G}{5} \right) \cdot \lambda + \left(2D + \frac{2F}{3} \right) \cdot \lambda^2 + \left(2E + \frac{2G}{3} \right) \cdot \lambda^3 + 2F \cdot \lambda^4 + 2G \cdot \lambda^5 \right] \dots \dots \dots 39)$$

Dann kann die diesem σ_y zugehörige Dehnung ϵ_y nach Gl. 36) berechnet werden. Gl. 36) lautet für die Radoberfläche ($z = 0$):

$$\epsilon_y (z=0) = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{1}{2G} \left[\sigma_y - \frac{1}{m} \sigma_x \right]$$

Oder, falls der ebene Formänderungszustand vorausgesetzt werden soll, was hier geschehen ist, ist $\sigma_x = 0$ und die Gleichung für ϵ_y wie bekannt mit $(m^2-1)/m^2$ zu multiplizieren, also

$$\epsilon_y = \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{2G} \cdot \sigma_y \dots \dots \dots 36a)$$

In dieser Gleichung ist m die Poissonsche Konstante und G der Gleitmodul. Wird die größte Stauchung mit ϵ_{ymax} bezeichnet, dann ist der durch die Formänderungen hervorgerufene Teil der Gleitgeschwindigkeit, an irgend einer außer dem Haftgebiet liegenden Stelle der Berührungsfäche, da an der Stelle der

Berührungsfläche, wo $\epsilon_{y\max}$ auftritt, die Gleitgeschwindigkeit Null herrscht, siehe Bild 23, also:

$$v_{T\text{el}} = v_{T\text{el}a} + v_{T\text{el}b} = r_a \omega_a (\epsilon_{y_a} - \epsilon_{y_{a\max}}) + r_b \omega_b (\epsilon_{y_{b\max}} - \epsilon_{y_b})$$

oder, da unter Vernachlässigung des Schlupfes s_{el} , $\omega_a \cdot r_a \approx r_b \cdot \omega_b$ ist:

$$v_{T\text{el}} \approx r_a \omega_a (\epsilon_{y_a} - \epsilon_{y_{a\max}} + \epsilon_{y_{b\max}} - \epsilon_{y_b})$$

und da die Spannungen und Verzerrungen von Trieb- und gebremstem Rad spiegelbildlich zur Berührungsebene sind, also $\epsilon_{y_b} = -\epsilon_{y_a}$ und $\epsilon_{y_{b\max}} = -\epsilon_{y_{a\max}}$, folgt

$$v_{T\text{el}} \approx 2 r_a \omega_a (\epsilon_{y_a} - \epsilon_{y_{a\max}}) \dots \dots \dots 40)$$

Diejenige Stelle der Berührungsfläche, an der $\epsilon_{y\max}$ liegt, sei mit y' , das zugehörige $\lambda = y'/l_0$ mit λ' bezeichnet. Hier habe die auf ein Differential der Berührungsfläche entfallende Längs-Umfangskraft bei der angenommenen Verteilung die Größe t' . Aus der Gleichung $t' = \mu \cdot n$ kann man, da die Differentiale der Normalpressungen n bei Annahme der Verteilung der Normalkraft N über die Berührungsfläche nach Hertz an jeder Stelle als bekannt anzusehen sind, auch die Gleitreibungsziffer μ an dieser Stelle bestimmen. Für dieses μ suchen wir nun aus der Jakobschen μ - v -Kurve (Bild 22) die entsprechende Gleitgeschwindigkeit v auf, die sich aus

$$v_T = v_{T\text{el}} + v_{T\text{gl}} \dots \dots \dots 41)$$

zusammensetzt. Da aber bei $\lambda' v_{T\text{el}} = 0$ ist, können wir sofort $v_{T\text{gl}} = v_T$ bestimmen. Dieses $v_{T\text{gl}}$ ist für die ganze Berührungsfläche konstant. Bilden wir jetzt $v_T = v_{T\text{el}} + v_{T\text{gl}}$ für jede Stelle der Berührungsfläche mit $v_{T\text{el}}$ nach obiger Gleichung 40), so können wir hierfür auch die zugehörige Gleitreibungsziffer μ aus der Kurve Bild 22 bestimmen und daraus $t = \mu \cdot n$ berechnen. Der Verlauf der so ermittelten t -Kurve muß mit der angenommenen übereinstimmen, wenn die Rechnung richtig sein soll. Ist dies nicht der Fall, so muß eine neue Verteilung angenommen werden und die Faktoren A bis G neu berechnet werden.

Für eine einmal gültig angenommene μ - v -Kurve nach Bild 10a werden die Faktoren A bis G für einen bestimmten Nutzungswert v_T bestimmte Größen annehmen. Diese Größen würden sich aber für das gleiche v_T ändern, wenn der Verlauf der μ - v -Kurve ein anderer wäre. Die Verteilung der Längs-Um-

$$\sigma_y = \frac{2}{\pi} \left[-t \cdot \ln \frac{1+\lambda}{1-\lambda} - 136,5 - 306 \lambda + 16,1 \lambda^2 + 131,3 \lambda^3 + 218 \lambda^4 - 677,6 \lambda^5 \right]$$

und schließlich die Dehnung nach Gl. 36a)

$$\epsilon_y = \frac{0,35}{0,85 \cdot 10^5} \cdot \sigma_y$$

Die Werte für die Tangentialkraft t , Spannung σ_y und Dehnung ϵ_y für verschiedene λ sind ebenfalls in der Tafel I zusammengestellt. Die größte Stauchung ergibt sich an der Stelle $\lambda' \approx 0,931$ zu $\epsilon_{y\max} = -0,222 \cdot 10^{-3}$. Die Normalpressung an dieser Stelle ist: $n = 427 \text{ kg/cm}^2$, die Längs-

fangskraft über die Berührungsfläche ist aber, außer für die Festigkeitsberechnung, ohne besonderen Wert. Wichtig ist nur, daß der eben gezeigte Rechnungsgang einen Weg gibt, um mit einer in Einklang mit den Jakobschen Versuchsergebnissen angenommenen μ - v -Kurve eine s - T / N -Kurve zu berechnen, die in Übereinstimmung mit den Sachsschen Versuchen steht. Allgemein ist zu sagen, daß für eine bestimmte (versuchsmäßig gewonnene) s - T / N -Kurve die μ - v -Kurve in verhältnismäßig engen Grenzen festliegt. Denn würde z. B. das μ sehr viel schneller mit steigendem v anwachsen, als es die richtige μ - v -Kurve ergibt, so würden bei gleichen Schlupfen s die errechneten Nutzungswerte v_T schneller wachsen mit wachsendem s als die aus den Versuchen sich ergebenden v_T , da ja bei den gleichen Gleitgeschwindigkeiten schon größere Gleitreibungsziffern wirksam würden als nach der richtigen μ - v -Kurve. Das Umgekehrte würde der Fall sein bei langsamerem Ansteigen des μ mit v als die richtige μ - v -Kurve angibt.

Der vorhandene Schlupf berechnet sich schließlich aus der Gleichung:

$$s = s_{\text{el}} + s_{\text{gl}} = 2 \epsilon_{y\max} + \frac{v_{T\text{gl}}}{u_a} \dots \dots \dots 42)$$

Der Rechnungsgang sei durch die Durchtrennung eines Zahlenbeispiels näher erläutert. Nachgerechnet werden Punkte der Versuchskurve von Sachs der Versuchsreihe Nr. 464.

Versuchsdaten: Durchmesser der beiden zylindrischen Räder $D = 300 \text{ mm}$, Breite der Räder $c = 2,5 \text{ mm}$, Drehzahl des Treibrades $u_a = 35 \text{ l/min}$, Anpreßkraft $N = 6,67 \text{ kg}$, Elastizitätsmodul $E = 2,2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, Gleitmodul $G = 0,85 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, Poissonsche Konstante $m = 10/3$, T_{\max} aus den Sachsschen Versuchen $T_{\max} = 2,74 \text{ kg}$.

Nachgerechnet werden die Punkte der v_T - s -Kurve und zwar hier der Nutzungswert $v_T = 0,637 = 1,745/2,74$. Nach Hertz wird die größte Flächenpressung berechnet nach der Gleichung:

$$n_{\max} = \sqrt{\frac{m}{m-1} \cdot G \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \frac{N}{c \cdot \pi}} \dots \dots \dots 43)$$

zu $n_{\max} = 1172 \text{ kg/cm}^2$ und die halbe Länge der Berührungsfläche nach der Gleichung:

$$l_0 = \sqrt{\frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{G} \cdot \frac{4}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \cdot \frac{N}{c \cdot \pi}} \dots \dots \dots 44)$$

zu $l_0 = 0,0145 \text{ cm}$.

Wird, ebenfalls nach Hertz, für die Normalkraft N eine elliptische Verteilung über die Länge der Berührungsfläche $2 \cdot l_0$ angenommen, so hat n den mathematischen Ausdruck:

$$n = n_{\max} \sqrt{1-\lambda^2} \dots \dots \dots 45)$$

Werte siehe Tafel I. Der Verlauf der Längsumfangskraft t wird nach Gl. 38) berechnet, unter Annahme folgender Zahlenwerte für die Faktoren A bis G: A = 305; B = -80,6; C = -144,8; D = -28,3; E = 178,7; F = 109; G = -338,8. Die Gleichung für t lautet also $t = 305 - 80,6 \lambda - 144,8 \lambda^2 - 28,3 \lambda^3 + 178,7 \lambda^4 + 109 \lambda^5 - 338,8 \lambda^6$. Daraus berechnet sich die Spannung σ_y am Radumfang nach der Gl. 39)

Umfangsspannung ist $t = 71,3 \text{ kg/cm}^2$ nach der durch Gl. 38) angegebenen Verteilung der Längsumfangskraft. Daraus ergibt sich an dieser Stelle eine Gleitreibungsziffer von $\mu = 71,3/427 = 0,167$. Diese Gleitreibungsziffer liegt nach Bild 22 bei einer Gleitgeschwindigkeit von $v = 0,032 \text{ cm/sec}$. Da an dieser Stelle (λ') $v_{T\text{el}} = 0$ ist, ist dieses v die Gleitgeschwindigkeit $v_{T\text{gl}}$, also die sogenannte „reine“ Gleitgeschwindigkeit. Wir können nun für jede Stelle der Berührungsfläche die gesamte

Gleitgeschwindigkeit $v_T = v_{T\text{el}} + v_{T\text{gl}}$ ermitteln nach der Gl. 41)

$$v_T \approx u_a (\varepsilon_y - \varepsilon_{y\text{max}}) + v_{T\text{gl}}$$

Mit den so gefundenen Werten von v_T ermitteln wir aus der v - μ -Kurve Bild 22 die Werte von μ für jede Stelle der Berührungsfläche und können damit die Längs-Umfangskraft t berechnen. Die so berechneten Werte von t müssen mit den angenommenen übereinstimmen. Wie Tafel I zeigt, ist die

Tafel I.

λ	n	t_{ang}	σ_y	$\varepsilon_y \cdot 10^3$	v_{el}	v_g	v_{gl}	μ	t_{ber}
		$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$		$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$		$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
-1,0	0	0	606	0,25	0,0517	0,032	0,0837	—	0
-0,8	704	240	540	0,223	0,0488	0,032	0,0808	0,33	232
-0,6	938	306	324	0,133	0,0390	0,032	0,0710	0,31	292
-0,4	1078	318	164	0,068	0,0318	0,032	0,0638	0,29	313
-0,2	1150	316	34	0,014	0,0261	0,032	0,0581	0,275	316
0	1172	305	-87	-0,036	0,0205	0,032	0,0525	0,255	301
0,2	1150	282	-198	-0,082	0,0155	0,032	0,0475	0,238	274
0,4	1078	250	-292	-0,120	0,0112	0,032	0,0432	0,22	239
0,6	938	210	-374	-0,154	0,0075	0,032	0,0395	0,205	193
0,8	704	150	-464	-0,191	0,0034	0,032	0,0354	0,188	133
0,9	511	96	-512	-0,211	0,0012	0,032	0,0332	0,108	92
0,931	427	71	-540	-0,222	0,00	0,032	0,032	0,167	71
1,0	0	0	-481	-0,198	0,0026	0,032	0,0346	—	0

Übereinstimmung für die in erster Näherung durchgeführte Rechnung genau genug. Die Übereinstimmung der angenommenen und der berechneten t -Kurve könnte durch weitere Näherungen noch beliebig gesteigert werden. Es bleibt jetzt noch der Schlupf zu berechnen.

$$s = s_{\text{el}} + s_{\text{gl}} = 2\varepsilon_{y\text{max}} + \frac{60}{\pi D n} \cdot v_{T\text{gl}}$$

$$s = 2 \cdot 0,222 + \frac{60 \cdot 0,032}{\pi \cdot 35 \cdot 30} = 1,03 \text{ ‰}$$

Das Rechnungsergebnis stimmt mit dem Versuchswert von Sachs $s = 1,05 \text{ ‰}$ genau genug überein.

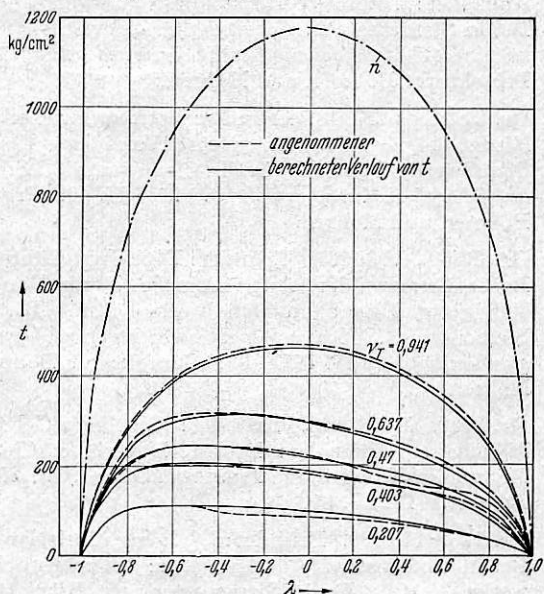


Bild 24. Verteilung der Normalkraft N und der Längs-Umfangskraft T über die Berührungsfläche.

Damit ist ein Zahlenbeispiel für ein bestimmtes T/T_{max} durchgerechnet. In der gleichen Weise werden für andere Belastungsverhältnisse die Schlupfwerte ermittelt. Bild 21 zeigt die Versuchsergebnisse von Nr. 464 von Sachs. Die nach

meinem Verfahren errechneten Schlupfwerte sind in das gleiche Bild eingetragen und durch Kreise gekennzeichnet. Man sieht, daß sich die Rechnungswerte den Versuchswerten

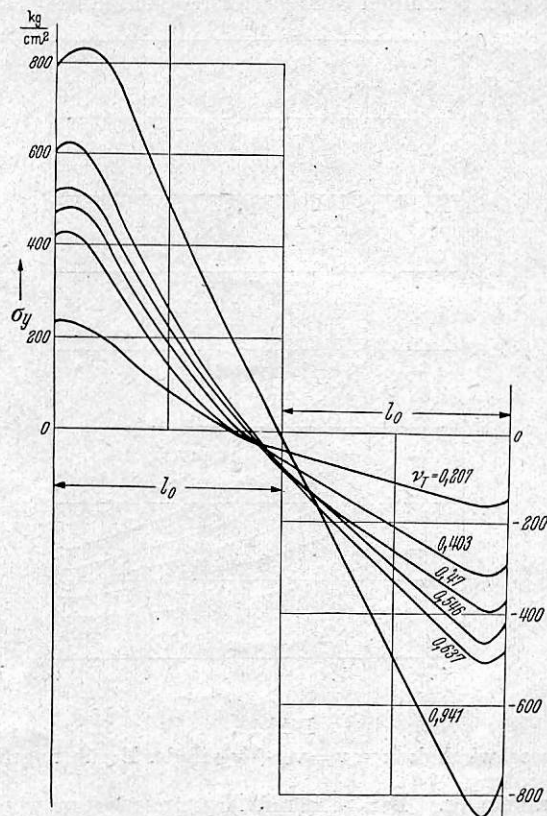


Bild 25. Längs-Umfangsspannung σ_y in der Berührungsfläche am Treibrad.

gut anpassen. In den Bildern 24 bis 27 sind für verschiedene Belastungsverhältnisse $\nu = T/T_{\text{max}}$ die Längs-Umfangskräfte t aufgetragen, und zwar der angenommene Verlauf als gestrichelte

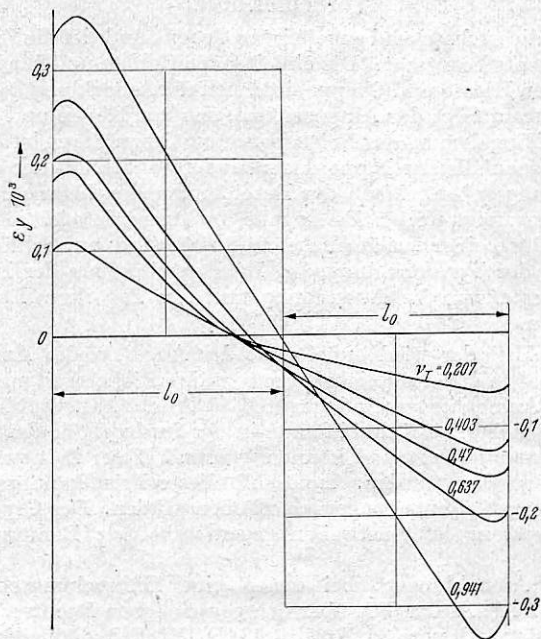


Bild 26. Längs-Umfangsspannung ε_y in der Berührungsfläche am Treibrad.

Linie, der berechnete Verlauf als durchgezogene Linie. Ferner die Spannungen σ_y für das angetriebene Rad und die Dehnungen ε_y . Schließlich sind in Bild 27 die Gleitgeschwindigkeiten für verschiedene Nutzungswerte ν aufgetragen.

Bild 24 zeigt, daß die Verteilung der Längsumfangskraft T über die Berührungsfläche bei geringen Nutzungswerten ν nicht der Gleichung $t = \text{konst. } n$ folgt. Die Gleitreibungsziffer ist eben bei diesen Gleitgeschwindigkeiten noch stark von

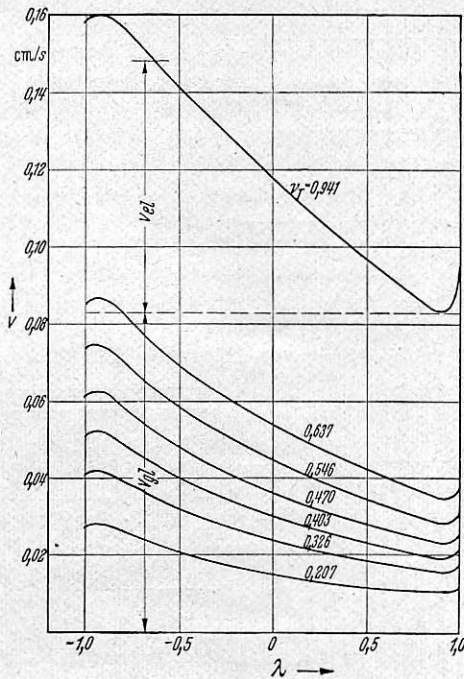


Bild 27.

Gleitgeschwindigkeiten $v = v_{el} + v_{gl}$ in der Berührungsfläche.

diesen abhängig. Bei größeren Nutzungswerten werden die Gleitgeschwindigkeiten so groß, daß diese Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit entsprechend Bild 22 immer geringer wird und die Verteilung der Längs-

Umfangskraft T immer mehr dem Gesetz $t = \text{konst. } n$ folgt. Bei dem Nutzungswert $\nu = 0,941$ trifft dies schon weitgehend zu. Die in Bild 25 und 26 dargestellten Beanspruchungen σ_y und Verzerrungen ε_y der Berührungsfläche sind nur die durch die Wirkung der Längs-Umfangskraft entstanden. Die wirklich auftretenden Spannungen sind größer, da die Beanspruchung durch die Normalkraft noch zu berücksichtigen ist. Beide Bilder zeigen deutlich, daß, infolge der Wirkung der Längs-Umfangskraft, ein Höchstwert der Druckspannung und Stauchung unmittelbar hinter der Einlaufstelle liegt. Die genaue Lage des Größtwertes der Spannungen kann bestimmt werden, indem der Differentialquotient $d\sigma_y/d\lambda = 0$ gesetzt wird.

Für das gebremste Rad sind die Spannungen infolge der Längs-Umfangskraft von der gleichen Größe, sie haben nur ein anderes Vorzeichen.

Die in Bild 27 aufgetragenen Gleitgeschwindigkeiten sind die Relativgeschwindigkeiten der beiden Räder in der Berührungsfläche.

Das Ergebnis dieser Rechnung ist: Es zeigt sich, daß der ganze Verlauf der Sachsschen T-s-Kurve durch die Annahme der Jakobschen Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit erklärt und rechnerisch verfolgt werden kann.

Ist die Abhängigkeit der Gleitreibungsziffer von der Gleitgeschwindigkeit gegeben oder angenommen, so kann für jedes Reibgetriebe mit zylindrischen Rädern in der oben entwickelten Art mit den gegebenen Abmessungen und Elastizitätskonstanten des Getriebes der Schlupf für einen bestimmten Nutzungswert im voraus bestimmt werden.

Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung herzustellen, war der Zweck dieses ersten Teils dieser Arbeit. Eine rechnerische Untersuchung der Versuche des VMEV muß eine weitere Bestätigung der Richtigkeit der obigen Gedankengänge geben. (Schluß folgt.)

Patentanmeldungen.

Vorbemerkung.

Für die nachstehend angeführten Gegenstände ist die Erteilung eines Patents beantragt. Die einleitenden Zahlen und Buchstaben bezeichnen Klasse und Gruppe, in denen die Anmeldung behandelt wird. Darauf folgt das Aktenzeichen, das mit Klasse und Gruppe bei allen Eingaben an das Reichspatentamt anzuführen ist. Weiter ist gegebenenfalls der Name des Erfinders und dann der des Anmelders angegeben. Nach der Bezeichnung des Gegenstands der Anmeldung folgt weiter die Angabe des Anmeldetags. Bei Inanspruchnahme einer ausländischen Priorität sind am Schluß Land und Tag der Voranmeldung, bei Inanspruchnahme der Priorität einer Ausstellung die Ausstellung und der Tag ihrer Eröffnung angegeben.

Der Erfinder wird auf Grund der Angaben des Anmelders genannt, ohne daß das Reichspatentamt ihre Richtigkeit nachprüft.

Die Anmeldungen sind gemäß § 30, Abs. 3 PG. vom Tage der Bekanntmachung auf drei Monate in der Auslegehalle des Reichspatentamts ausgelegt und können während dieser Zeit von jedermann eingesehen werden. Innerhalb dieser Frist kann gegen die Erteilung des Patents Einspruch erhoben werden. Der Gegenstand der Anmeldung ist einstweilen gegen unbefugte Benutzung geschützt.

Die Anmeldungen, bei denen eine Erstreckungserklärung gemäß § 2 Abs. 2 der VO. über den gewerblichen Rechtsschutz im Lande Österreich vom 28. April 1938 (RGBl. I, S. 456) oder gemäß § 2, Abs. 1d VO. über das Patent- und Gebrauchsmusterrecht im Protektorat Böhmen und Mähren vom 20. Juli 1940 (RGBl. I, S. 1009) abgegeben worden ist, haben am Schluß den Zusatz „Österreich“ oder „Protektorat Böhmen und Mähren“.

Bekanntgemachte Anmeldungen.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 35 vom 28. August 1941; von diesem Tage an im Reichspatentamt auf drei Monate ausgelegt.

Kl. 20i, Gr. 11/101. V 36501. Erfinder: Dr.-Ing. Wilhelm Schmitz, Finkenkrug b. Berlin u. Otto Jansen, Berlin-Haselhorst. Anmelder: Vereinigte Eisenbahn-Signalwerke G.m.b.H., Berlin-Siemensstadt. *Schaltung für elektrische Weichenantriebe mit elektromagnetischer Weichenverriegelung*. 16. II. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 20i, Gr. 24/10. V 36848. Erfinder: Bernhard Ziebell, Berlin-Niederschöneweide. Anmelder: Vereinigte Eisenbahn-Signalwerke G.m.b.H., Berlin-Siemensstadt. *Schranken-antrieb mit Aufwerk-Kuppelung*. 17. VII. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 20i, Gr. 39/50. V 36377. Erfinder: Dipl.-Ing. Günter Lentz, Berlin-Grünwald u. Adolf Peineke, Berlin. Anmelder: Vereinigte Eisenbahn-Signalwerke G.m.b.H., Berlin-Siemensstadt. *Überwachungseinrichtung für Überwegwarnsignalanlagen*. 18. XII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 20k, Gr. 9/01. B 187073. Erfinder: Engelbert Gebendorfer, München. Anmelder: Brown, Boverie & Cie. A.-G., Mannheim-Käfertal. *Fahrdrahthalter für elektrische Bahnen*. 15. IV. 39.

Kl. 20l, Gr. 2. S 139328. Erfinder: Dipl.-Ing. Christian Rusam, Berlin-Siemensstadt. Anmelder: Siemens-Schuckertwerke A.-G., Berlin-Siemensstadt. *Einrichtung an Wechselstromfahrzeugen*. 25. XI. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

Kl. 20l, Gr. 22/01. L 96967. Erfinder: Ernst Dozler, Berlin-Charlottenburg. Anmelder: Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin. *Fahr- und Bremssteuerung für elektrische Triebfahrzeuge mit elektrischer Bremse*. 27. I. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.

- Kl. 24h, Gr. 1/03. K 156590. Friedr. Krupp A.-G., Essen. *Mechanische Rostfeuerung, insbesondere für Lokomotiven*; Zus. z. Pat. 684754. 29. I. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 49c, Gr. 10/02. W 102801. Erfinder: Clemens Toennes, Dortmund. Anmelder: Wagner & Co., Werkzeugmaschinenfabrik m. b. H., Dortmund. *Blechtafelschere für ziehenden Schnitt mit Exzenterantrieb*. 2. II. 38. Österreich.
- Kl. 49h, Gr. 16. B 187705. Erfinder, zugleich Anmelder: Paul Betzler, Karlsruhe. *Vorrichtung zum Verwinden von warm aus dem letzten Walzengang kommenden Stäben*. 14. VI. 39.
- Kl. 49h, Gr. 34/01. S 139406. Erfinder: Carl Koweindl, Wien. Anmelder: Sirocco-Werk White, Child & Beney G.m.b.H., Wien. *Schweißisch*. 1. XII. 39.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 36 vom 4. September 1941; von diesem Tage an im Reichspatentamt auf drei Monate ausgelegt.

- Kl. 13c, Gr. 6/02. F 88467. Erfinder: Dipl.-Ing. Franz Urschler, Wien. Anmelder: Alex. Friedmann Komm.-Ges., Wien. *Abschlammsschieber, insbesondere für Lokomotivkessel*. 22. VI. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20c, Gr. 22. P 80824. Erfinder: Dipl.-Ing. Friedrich v. Schütz, Berlin-Lichterfelde. Anmelder: Julius Pintsch Kom.-Ges., Berlin. *Einlaßregler für Umlaufdampfleitungen von Eisenbahnfahrzeugen*; Zus. z. Anm. P 80807. 25. V. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20g, Gr. 3. A 83778. Erfinder, zugleich Anmelder: Dr.-Ing. e. h. Heinrich Aumund, Berlin-Zehlendorf. *Eisenbahnschiebebühne mit an ihr angeordneter Fahrbahn*. 27. VII. 37.
- Kl. 20h, Gr. 1. C 55173. Erfinder, zugleich Anmelder: Dr.-Ing. Johann Culemeyer, Berlin-Charlottenburg. *Auf Rädern bewegliches, zum Absetzen von Eisenbahnwagen dienendes Gleisstück*. 19. VI. 39.
- Kl. 20l, Gr. 11. S 131412. Erfinder: Arthur Schubert, Berlin-Lankwitz. Anmelder: Siemens-Schuckertwerke A.-G., Berlin-Siemensstadt. *Stromabnehmeranordnung für elektrisch angetriebene Fahrzeuge*. 24. IV. 38. Österreich.
- Kl. 47a, Gr. 13. K 159295. Erfinder, zugleich Anmelder: Bernhard Klüter, Heepen ü. Bielefeld. *Schraubensicherung*. 18. XI. 40.
- Kl. 47f, Gr. 9. R 108749. Erfinder, zugleich Anmelder: Ernst Rüdiger, Berlin-Johannistal. *Sicherung für Rohrverschraubungen*. 15. XI. 40.
- Kl. 49a, Gr. 30. H 149476. Erfinder: Hans Sperber u. Dipl.-Ing. Theodor Dombrowski, Ratibor. Anmelder: Wilhelm Hegenscheidt Komm.-Ges., Ratibor, O.-S. *Mitnahme- und Einspannvorrichtung für Radsatzdrehbänke*. 1. XI. 36.
- Kl. 63c, Gr. 51/07. C 54596. Erfinder, zugleich Anmelder: Emile Conti, Le Perreux, Seine, Frankreich; Vertr.: Dipl.-Ing. W. Bischoff, Pat.-Anw., Berlin W 30. *Vorrichtung zur Aufnahme der lebendigen Kraft eines Fahrzeugs und zur Unterdrückung der Stöße während des Bremsens*. 7. XII. 38. Frankreich 8. XII. 37.
- Kl. 87b, Gr. 2/12. T 53854. Erfinder, zugleich Anmelder: Dipl.-Ing. Josef Ternes, Essen. *Preßlufthammer*. 5. VI. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 87b, Gr. 2/13. G 91206. Gas Tool Patents Corporation, Chicago, Illinois, V. St. A.; Vertr.: Dipl.-Ing. L. Hirmer, Pat.-Anw., Berlin SW 61. *Schlagwerkzeug*. 12. II. 35.
- Kl. 87d, Gr. 1/02. B 193331. Erfinder, zugleich Anmelder: Edwin Bauersachs, Mülheim, Ruhr-Saarn. *Keilsicherung für Hand- und Vorhämmerstiele*. 15. II. 41.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 37 vom 11. September 1941; von diesem Tage an im Reichspatentamt auf drei Monate ausgelegt.

- Kl. 20b, Gr. 3. Sch 116332. Erfinder: Dipl.-Ing. Ernst Meyer, Winterthur, Schweiz. Anmelder: Schweizerische Lokomotiv- und Maschinenfabrik, Winterthur, Schweiz; Vertr.: Dipl.-Ing. H. Leinweber, Pat.-Anw., Berlin SW 61. *Vereinigter Reibungs- und Zahnradantrieb für Schienenfahrzeuge*. 1. VIII. 38.

- Kl. 20f, Gr. 49. K 157307. Erfinder, zugleich Anmelder: Hans Kattwinkel, Radebeul. *Druckluftbremseinrichtung, insbesondere für Schienenfahrzeuge*. 11. IV. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 42k, Gr. 29/05. D 81439. Erfinder: Dipl.-Ing. Oskar Neuse, Duisburg. Anmelder: Demag A.-G., Duisburg. *Prüfmaschine zur Prüfung der Laufeigenschaften von Lagerwerkstoffen*. 1. XI. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 47a, Gr. 17. R 108387. Erfinder: Wilhelm Klougt, Essen. Anmelder: Ringfeder G.m.b.H., Krefeld-Ürdingen. *Ringfeder*. 24. IX. 40.
- Kl. 48a, Gr. 1/04. P 81204. Erfinder: Christian J. Wernlund, Niagara Falls, Neuyork. Anmelder: E. J. Du Pont de Nemours & Comp. Inc., Wilmington, Delaware, V. St. A.; Vertr.: Pat.-Anwälte Dr. G. Lotterhos, Dr.-Ing. A. v. Kreisler, Frankfurt a. M. u. Dr. M. Eule, Berlin SW 68. *Verfahren zum Reinigen der Oberfläche von Gegenständen aus Eisen, Stahl u. dgl.* 31. VIII. 40. V. St. A. 28. IX. 39.
- Kl. 49a, Gr. 18. P 72754. P. J. V. Antrieb Werner Reimers Kom.-Ges., Bad Homburg v. d. H. *Vorrichtung zum Gleichhalten der Schnittgeschwindigkeit bei Änderung des Arbeitsdurchmessers, insbesondere bei Drehbänken*; Zus. z. Pat. 705086. 24. II. 36.
- Kl. 49a, Gr. 56/05. L 101500. Erfinder: Georg Möller, Berlin-Neukölln. Anmelder: Fa. Herbert Lindner, Berlin-Wittenau. *Vorrichtung zum Messen des Arbeitswegs von Arbeitsspindeln in Werkzeugmaschinen, insbesondere Bohrspindeln*. 6. VIII. 40.
- Kl. 85b, Gr. 1/05. I 61046. Erfinder: Hellmuth Reichelt, Bitterfeld. Anmelder: I. G. Farbenindustrie A.-G., Frankfurt a. M. *Wasserreinigung mittels Kunsthharzaustauschern*. 9. IV. 38. Österreich.
- Kl. 87b, Gr. 2/18. F 89240. Erfinder: Josef Dudek, Wuppertal-Barmen. Anmelder: Frölich & Klüpfel, Maschinenfabrik, Wuppertal-Barmen. *Preßlufthammer*. 17. XII. 40.

Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 38 vom 18. September 1941; von diesem Tage an im Reichspatentamt auf drei Monate ausgelegt.

- Kl. 14f, Gr. 7/06. Sch 119647. Erfinder: Bert Smith, Teaneck, V. St. A. Anmelder: Schmidt'sche Heißdampf-Gesellschaft m. b. H., Kassel-Wilhelmshöhe. *Nockensteuerung für Mehrfachventilregler für Dampflokomotiven*. 9. XII. 39. V. St. A. 14. XII. 38. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 19d, Gr. 6/01. M 144087. Erfinder: Friedrich Knorr, Mainz. Anmelder: Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Nürnberg. *Zerlegbare Eisenbahnbrücke*. 2. II. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20c, Gr. 25. K 147269. Erfinder: Heinrich Kuckuck, Bremen. Anmelder: Fa. Kuckuck, Bremen. *Doppelkammerentlüfter, insbesondere für Eisenbahnfahrzeuge*. 14. VII. 37. Österreich.
- Kl. 20c, Gr. 25. K 155407. Erfinder: Heinrich Kuckuck, Bremen. Anmelder: Fa. Kuckuck, Bremen. *Lüfter, insbesondere für Schienenfahrzeuge*. 18. VIII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20d, Gr. 31. M 146389. Mitteldeutsche Stahlwerke A.-G., Riesa. *Vorrichtung zum Ändern der Spurweite von Schienenfahrzeugen*. 4. XI. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20f, Gr. 30. K 160277. Erfinder: Dr. Ernst Möller, Berlin-Karlshorst. Anmelder: Knorr-Bremse A.-G., Berlin. *Druckluftbremse für sehr schnell fahrende Eisenbahnfahrzeuge*. 26. II. 41.
- Kl. 20i, Gr. 11/10. V 36779. Erfinder: Emil Klotzsch, Berlin-Siemensstadt u. Fritz Ackermann, Berlin-Spandau. Anmelder: Vereinigte Eisenbahn-Signalwerke G.m.b.H., Berlin-Siemensstadt. *Selbsttätige bzw. halb selbsttätige Stellwerkschaltungen*. 14. VI. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20l, Gr. 3. U 15206. Erfinder: Dipl.-Ing. Gerhard Ahlbrecht, Hannover. Anmelder: Überlandwerke und Straßenbahn

- Hannover A.-G., Hannover. *Einrichtung zur Beheizung des Führerstands von elektrisch betriebenen Straßenbahnen.* 29. X. 40.
- Kl. 20l, Gr. 27/09. B 189092. Erfinder: Dipl.-Ing. Erich Mantuffel, Mannheim-Feudenheim. Anmelder: Brown, Boveri & Cie., Mannheim-Käfertal. *Einrichtung zur Verhütung der durch die bei Wechselstrom-Nutzbremung auftretenden Wechselstrom-Selbsterregung möglichen Schäden.* 13. XI. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 49i, Gr. 8. B 182161. Erfinder: Hermann Poech, Bochum. Anmelder: Bochumer Verein, Gußstahlfabrik A.-G., Bochum. *Herstellung von ringförmigen Werkstücken wie Eisenbahnradern, Radreifen, Rohren o. dgl.* 25. II. 38. Österreich.
- Kl. 87a, Gr. 6. F 87450. Erfinder: Willi Kreiner, Bremen. Anmelder: Focke-Wulf Flugzeugbau G.m.b.H., Bremen. *Zweiteiliger Schraubenschlüssel.* 22. IX. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 87d, Gr. 1/01. P 76055. Peco Holding Maatschappij N. V. (Peco Holding Company), Amsterdam, Holland; Vertr.: Dr. G. Weißenberger, Pat.-Anw., Berlin W 62. *Vorrichtung für die Befestigung von Werkzeugstielen.* 11. X. 37. Österreich.
- Kl. 87d, Gr. 3/02. A 91330. A 91330. Erfinder: Dipl.-Ing. Hans Schwerdtfeger, Zwickau Sa. Anmelder: Auto-Union A.-G., Chemnitz. *Vorrichtung zum Aufbewahren von Werkzeugen.* 7. V. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 39 vom 25. September 1941; von diesem Tage an auf drei Monate im Reichspatentamt ausgelegt.
- Kl. 20c, Gr. 25. K 147268. Erfinder: Heinrich Kuckuck, Bremen. Anmelder: Fa. Kuckuck, Bremen. *Doppelt wirkender Entlüfter, insbesondere für Schienenfahrzeuge.* 14. VII. 37. Österreich.
- Kl. 20l, Gr. 7/02. S 141117. Erfinder: Dr.-Ing. Erwin Pawelka, Berlin-Frohnau. Anmelder: Siemens-Schuckertwerke A.-G., Berlin-Siemensstadt. *Steuereinrichtung für verbrennungselektrische Fahrzeuge.* 22. V. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20l, Gr. 22/01. S 139675. Erfinder: Dipl.-Ing. Christian Brix, Falkensee, Osthavelland. Anmelder: Siemens-Schuckertwerke A.-G., Berlin-Siemensstadt. *Fußhebelsteuerung für elektrisch angetriebene Fahrzeuge, insbesondere Oberleitungsomnibusse.* 29. XII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20l, Gr. 22/01. S 138352. Erfinder: Hans Groeger, Berlin-Tegel-Waldidyll. Anmelder: Siemens-Schuckertwerke A.-G., Berlin-Siemensstadt. *Antriebseinrichtung für das Schaltwerk eines elektrisch angetriebenen Fahrzeugs.* 21. VIII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20l, Gr. 27/04. S 139340. Erfinder: Walter Fritzsche, Dresden. Anmelder: Sachsenwerk Licht- und Kraft-A.-G., Niedersiedlitz i. Sa. *Als Gebergerät zur Geschwindigkeitsbestimmung von motorisch angetriebenen Fahrzeugen dienende Elektrodynamo.* 27. XI. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 35a, Gr. 1/01. F 89409. Erfinder: Kurt Herker, Berlin-Frohnau. Anmelder: Carl Flohr G.m.b.H., Berlin. *Bahnsteigaufzug.* 30. I. 41.
- Kl. 39b, Gr. 22/01. K 145768. Erfinder: Adolf Krieger, Dortmund. Anmelder: Hermann Brösel, Frankfurt a. M. *Verfahren zur Herstellung von Reib-, insbesondere Bremsbelägen.* 8. III. 37.
- Kl. 42k, Gr. 21/03. B 186421. Erfinder: Dr.-Ing. Otto Hoffmeister, Berlin-Charlottenburg, u. Erich Brosa, Berlin-Reinickendorf. Anmelder: BMW Flugmotorenbau Gesellschaft m. b. H., München. *Elektrischer Dehnungsmesser für Maschinenteile.* 22. II. 39.
- Kl. 42k, Gr. 23/01. L 100327. Erfinder: Wilhelm Marx, Düsseldorf-Gerresheim. Anmelder: Losenhausenwerk Düsseldorf Maschinenbau A.-G., Düsseldorf-Grafenberg. *Nach dem Eindruckverfahren arbeitende Härteprüfmaschine mit Federbelastung.* 9. III. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 87a, Gr. 1/02. G 102450. Erfinder: Hans August Urban, Finkenkrug. Anmelder: Gesellschaft für elektrische Unternehmungen A.-G., Berlin. *Schnellspannschraubstock.* 26. X. 40.
- Bekanntgemacht im Patentblatt Nr. 40 vom 2. Oktober 1941; von diesem Tage an auf drei Monate im Reichspatentamt ausgelegt.
- Kl. 18d, Gr. 2/60. A 90637. Erfinder: Dr. Roland Mitsche, Leoben, Steiermark, u. Dr. Alois Legat, Donawitz, Steiermark. Anmelder: Reichswerke A.-G. Alpine Montanbetriebe „Hermann Göring“, Wien. *Eisenlegierung für Schnelldrehwerkzeuge.* 16. XII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 18d, Gr. 2/60. B 177294. Erfinder: Dr.-Ing. Paul Pütz, Remscheid-Hasten. Anmelder: Bergische Stahl-, Walz- und Hammerwerke Julius Lindenberg, Remscheid-Hasten. *Schnellarbeitsstahl.* 9. II. 37.
- Kl. 20b, Gr. 5/01. H 154968. Erfinder: Dr. Albert Finsterwalder, Köln-Brück. Anmelder: Klöckner-Humboldt-Deutz A.-G., Köln. *Antriebsvorrichtung, insbesondere für Schienenfahrzeuge; Zus. z. Pat. 705746.* 28. II. 38. Österreich.
- Kl. 20f, Gr. 37. S 138326. Erfinder: Dipl.-Ing. Fritz Rampacher, Berlin-Charlottenburg, u. Arthur Schubert, Berlin-Lankwitz. Anmelder: Siemens-Schuckertwerke A.-G., Berlin-Siemensstadt. *Einrichtung zum Steuern von Bremsen, insbesondere für Eisenbahnen und Kraftwagen.* 18. VIII. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20i, Gr. 39/30. V 36231. Erfinder: Dipl.-Ing. Ulrich Jacobsen, Berlin-Siemensstadt. Anmelder: Vereinigte Eisenbahn-Signalwerke G.m.b.H., Berlin-Siemensstadt. *Überwegwarnsignaleinrichtung für in einer oder in beiden Richtungen befahrene Eisenbahnstrecken.* 11. X. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20k, Gr. 4. L 99012. Erfinder: Kurt Rybicki, Potsdam-Babelsberg. Anmelder: Allgemeine Electricitäts-Gesellschaft, Berlin. *Einrichtung zum selbsttätigen funkenlosen Abschalten einer Fahrleitungsstrecke, insbesondere für Grubenbahnen, auf schlagwettergefährdeten Strecken.* 8. IX. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 20k, Gr. 9/01. L 99817. Erfinder: Kurt Rybicki, Potsdam-Babelsberg, u. Wilhelm Bojanus, Berlin-Mahlsdorf. Anmelder: Allgemeine Electricitäts-Gesellschaft, Berlin. *Streckentrenner für Fahrleitungen.* 2. I. 40. Protektorat Böhmen und Mähren.
- Kl. 31c, Gr. 25/04. R 108856. Dr.-Ing. Josef Ruhrmann, Vaihingen, Fildern. *Verfahren zur ununterbrochenen Herstellung von Lagerschalen aus Stahlblech mit Bleibronze.* 30. XI. 40.
- Kl. 47h, Gr. 20. Sch 106225. Dipl.-Ing. Richard Schmid u. Dipl.-Ing. Walter Wezel, Maulbronn, Württ. *Antrieb eines hin- und hergehenden Werkzeugs mittels Bowdenzugs.* 9. II. 35.
- Kl. 87a, Gr. 8. M 137750. Erfinder: August Trapp, Zella-Mehlis, Thür. Anmelder: Metallwarenfabrik Klett und Trapp, Zella-Mehlis, Thür. *Backengerät mit Schnelleinstellung.* 9. IV. 37. Österreich.
- Kl. 87b, Gr. 3/03. P 80445. Erfinder, zugleich Anmelder: Giosuè Pinazza, Mailand, Italien; Vertr.: Dipl.-Ing. H. Leinweber, Pat.-Anw., Berlin SW 61. *Vorrichtung zum Antrieb von Stoßapparaten.* 24. I. 40. Italien 18. II. 39. Protektorat Böhmen und Mähren.